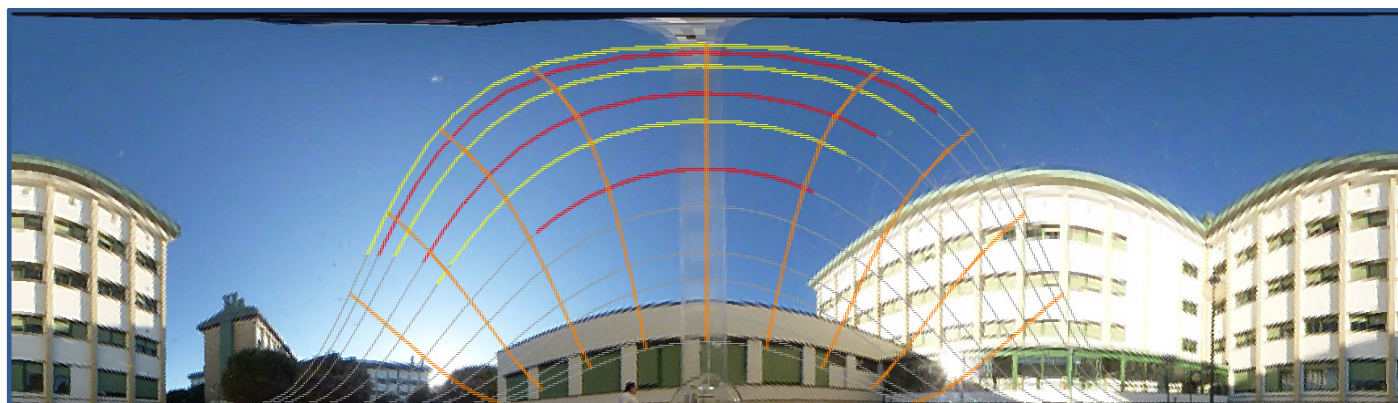




UNIVERSIDAD DE CORDOBA

TESIS DOCTORAL



DESARROLLO DE UNA METODOLOGÍA BASADA EN EL ANÁLISIS DE IMAGEN Y
DESARROLLO DE UN PROTOTIPO PARA LA EVALUACIÓN Y CUANTIFICACIÓN DE
VARIABLES ASOCIADAS A LA RADIACIÓN SOLAR

José Ramírez Faz

Director:

Rafael López Luque

TITULO: *DESARROLLO DE UNA METODOLOGÍA BASADA EN EL ANÁLISIS
DE IMAGEN Y DESARROLLO DE UN PROTOTIPO PARA LA
EVALUACIÓN Y CUANTIFICACIÓN DE VARIABLES ASOCIADAS A
LA RADIACIÓN SOLAR*

AUTOR: *JOSÉ RAMÍREZ FAZ*

© Edita: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Córdoba.
Campus de Rabanales
Ctra. Nacional IV, Km. 396 A
14071 Córdoba

www.uco.es/publicaciones
publicaciones@uco.es

UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA

DEPARTAMENTO DE FÍSICA APLICADA

TESIS DOCTORAL

**DESARROLLO DE UNA METODOLOGÍA BASADA EN EL
ANÁLISIS DE IMAGEN Y DESARROLLO DE UN PROTOTIPO
PARA LA EVALUACIÓN Y CUANTIFICACIÓN DE VARIABLES
ASOCIADAS A LA RADIACIÓN SOLAR**

José Ramírez Faz

Director: Dr. Rafael López Luque

Córdoba, noviembre de 2012



TÍTULO DE LA TESIS: DESARROLLO DE UNA METODOLOGÍA BASADA EN EL ANÁLISIS DE IMAGEN Y DESARROLLO DE UN PROTOTIPO PARA LA EVALUACIÓN Y CUANTIFICACIÓN DE VARIABLES ASOCIADAS A LA RADIACIÓN SOLAR

DOCTORANDO/A: JOSÉ RAMÍREZ FAZ

INFORME RAZONADO DEL/DE LOS DIRECTOR/ES DE LA TESIS

(se hará mención a la evolución y desarrollo de la tesis, así como a trabajos y publicaciones derivados de la misma).

La originalidad de esta tesis viene dada por el desarrollo de un sistema integral para la caracterización de las variables solares. Se ha formulado una herramienta matemática específica para la generación de proyecciones gráficas equivalentes. Las imágenes de la bóveda celeste se han obtenido mediante un dispositivo construido específicamente, al mismo tiempo que se ha desarrollado un software informático para el tratamiento de las imágenes y aplicación de las proyecciones.

Es de especial interés el desarrollo matemático presentado pues constituye una herramienta de aplicación en la generación de proyecciones específicas. En esta tesis se ha particularizado para la determinación de la iluminancia relativa en cielos Overcast tipo 1.

Durante el desarrollo de los trabajos se ha publicado un avance de los mismos en la revista RENEWABLE ENERGY (2012, Volumen 37, páginas 426-433), IMPACT FACTOR: 2,978.

Por todo ello, se autoriza la presentación de la tesis doctoral.

Córdoba, 16 de noviembre de 2.012

Firma del director

Fdo.: RAFAEL LÓPEZ LUQUE

AGRADECIMIENTOS

La elaboración de esta tesis no habría sido posible sin la colaboración y el apoyo de una serie de personas a las cuales quiero dedicar este trabajo:

A mi familia y, en particular, a Maribel y a María por su comprensión y generosidad al renunciar a muchos momentos de convivencia familiar y facilitar la dedicación necesaria para la ardua tarea que supone la realización de una tesis doctoral.

A mi director de tesis y amigo Rafael, por su paciencia y perseverancia a la hora de guiarme por el camino de la ortodoxia científica. Sin su apoyo y consejo este trabajo no hubiera sido posible.

INDICE GENERAL

ÍNDICE DE FIGURAS.....	iii
ÍNDICE DE TABLAS.....	vi
RESUMEN.....	vii
EXECUTIVE SUMMARY.....	xii
1. Introducción.....	3
2. Objetivos.....	9
3. Antecedentes.....	13
3.1. Geometría Sol-Tierra.....	13
3.1.1. Coordenadas geográficas.....	16
3.1.2. Coordenadas astronómicas. La esfera celeste.....	17
3.2. Derechos solares.....	25
3.2.1. Trama urbana, edificios y ventanas.....	28
3.3. La bóveda celeste.....	33
3.4. Proyecciones en las cartas solares.....	44
3.4.1. Características de las proyecciones.....	44
3.4.2. Clasificación de las proyecciones.....	44
3.4.3. Proyección estereográfica.....	46
3.4.4. Proyección gnomónica.....	47
3.4.5. Proyección ortogonal.....	49
3.4.6. Proyección polar.....	51
3.4.7. Proyección Lambert.....	52
4. Materiales y Métodos.....	55
4.1. Análisis matemático.....	55
4.1.1. Cambio de variables en integrales de superficie sobre cartas celestes.....	55
4.1.2. Desarrollo de proyecciones hemisféricas vinculadas a atributos integrables.....	60
4.1.3. Proyecciones propuestas.....	65
4.2. Dispositivo para la captación de imágenes de la bóveda celeste.....	74
4.2.1. Ajuste y calibración.....	76
4.2.2. Análisis de imagen.....	78
4.2.3. Software para la obtención de proyecciones.....	88

5. Resultados.	93
6. Conclusiones.....	115
Bibliografía.....	121

ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura 1. Evolución de la declinación.</i>	16
<i>Figura 2. Coordenadas geográficas esféricas.</i>	17
<i>Figura 3. Coordenadas astronómicas horizontales.</i>	19
<i>Figura 4. Coordenadas astronómicas ecuatoriales u horarias.</i>	20
<i>Figura 5. Coordenadas astronómicas eclípticas.</i>	23
<i>Figura 6. Software Meteonorm.</i>	35
<i>Figura 7. Software HELIOS.</i>	37
<i>Figura 8. Obtención de la proyección estereográfica.</i>	46
<i>Figura 9. Proyección estereográfica.</i>	47
<i>Figura 10. Obtención de la proyección gnomónica.</i>	48
<i>Figura 11. Proyección gnomónica.</i>	48
<i>Figura 12. Proyección ortogonal de un sector de bóveda celeste.</i>	49
<i>Figura 13. Intercambio radiativo entre superficies.</i>	50
<i>Figura 14. Proyección ortogonal de meridianos y paralelos.</i>	50
<i>Figura 15. Proyección polar de un punto.</i>	51
<i>Figura 16. Proyección polar de meridianos y paralelos.</i>	51
<i>Figura 17. Proyección Lambert de meridianos y paralelos.</i>	52
<i>Figura 18. Carta cilíndrica.</i>	56
<i>Figura 19. Carta cilíndrica transformada en uv.</i>	57
<i>Figura 20. Elemento diferencial en uv.</i>	58
<i>Figura 21. Elemento diferencial en xy.</i>	59
<i>Figura 22. Recinto integrable.</i>	61
<i>Figura 23. Recinto proyectado.</i>	62
<i>Figura 24. Ángulo sólido.</i>	64
<i>Figura 25. Representación circular.</i>	67
<i>Figura 26. Representación cilíndrica.</i>	68
<i>Figura 27. Bóveda visual en superficies verticales. Representación circular.</i>	69
<i>Figura 28. Representación circular.</i>	71
<i>Figura 29. Bóveda visual en superficies verticales. Representación cilíndrica.</i>	71
<i>Figura 30. Representación circular.</i>	74
<i>Figura 31. Dispositivo LRTVD.</i>	75
<i>Figura 32. Disposición del dispositivo LRTVD para tomar la fotografía que permita caracterizar un hueco vertical.</i>	75
<i>Figura 33. Consideración geométrica de la fotografía tomada de una apertura de edificio.</i>	76
<i>Figura 34. Ángulos significativos para la calibración del dispositivo LRTVD.</i>	77

Figura 35. Imagen con tratamiento inicial para obtención de resultados.	80
Figura 36. Diagrama de flujo de la proyección estereográfica.	81
Figura 37. Diagrama de flujo de la representación Overcast horizontal circular.	82
Figura 38. Diagrama de flujo de la representación Overcast horizontal cilíndrica.	83
Figura 39. Diagrama de flujo de la representación Overcast vertical circular.	84
Figura 40. Diagrama de flujo de la representación Overcast vertical cilíndrica.	85
Figura 41. Posición de los ejes de referencia.	86
Figura 42. Diagrama de flujo para la determinación de las trayectorias solares.	87
Figura 43. Pantalla principal del software LRTVS.	88
Figura 44. Salida gráfica de la proyección estereográfica.	89
Figura 45. Salida numérica de las trayectorias solares.	89
Figura 46. Vista cenital de los edificios analizados.	93
Figura 47. Representación cilíndrica CIE Overcast en el punto 1.	95
Figura 48. Representación circular CIE Overcast en el punto 1.	95
Figura 49. Proyección estereográfica en el punto 1.	95
Figura 50. Representación cilíndrica CIE Overcast en el punto 2.	97
Figura 51. Representación circular CIE Overcast en el punto 2.	97
Figura 52. Proyección estereográfica en el punto 2.	97
Figura 53. Representación cilíndrica CIE Overcast en el punto 3.	98
Figura 54. Representación circular CIE Overcast en el punto 3.	98
Figura 55. Proyección estereográfica en el punto 3.	98
Figura 56. Representación cilíndrica CIE Overcast en el punto 4.	99
Figura 57. Representación circular CIE Overcast en el punto 4.	99
Figura 58. Proyección estereográfica en el punto 4.	99
Figura 59. Representación cilíndrica CIE Overcast en el punto 5.	101
Figura 60. Representación circular CIE Overcast en el punto 5.	101
Figura 61. Proyección estereográfica en el punto 5.	101
Figura 62. Representación cilíndrica CIE Overcast en el punto 6.	102
Figura 63. Representación circular CIE Overcast en el punto 6.	102
Figura 64. Proyección estereográfica en el punto 6.	102
Figura 65. Tratamiento de la fotografía en el punto 5.	103
Figura 66. Tratamiento de la fotografía en el punto 6.	103
Figura 67. Vista cenital del edificio analizado.	104
Figura 68. Vista frontal de la localización 1.	105
Figura 69. Vista frontal de la localizaciones 2 y 3.	105
Figura 70. Vista frontal de la localización 4.	105
Figura 71. Representación cilíndrica CIE Overcast en el punto 1V.	108
Figura 72. Representación circular CIE Overcast en el punto 1V.	108

<i>Figura 73. Imagen cruda LRTVD.</i>	<i>108</i>
<i>Figura 74. Representación cilíndrica CIE Overcast en el punto 2V.</i>	<i>109</i>
<i>Figura 75. Representación circular CIE Overcast en el punto 2V.....</i>	<i>109</i>
<i>Figura 76. Imagen LRTVD.</i>	<i>109</i>
<i>Figura 77. Representación cilíndrica CIE Overcast en el punto 3V.</i>	<i>110</i>
<i>Figura 78. Representación circular CIE Overcast en el punto 3V.....</i>	<i>110</i>
<i>Figura 79. Imagen LRTVD</i>	<i>110</i>
<i>Figura 80. Representación cilíndrica CIE Overcast en el punto 4V.</i>	<i>111</i>
<i>Figura 81. Representación circular CIE Overcast en el punto 4V.....</i>	<i>111</i>
<i>Figura 82. Imagen LRTVD.</i>	<i>111</i>

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Parámetros de los cielos CIE. 40

Tabla 2. Sky Factor en el punto 1..... 96

Tabla 3. Sky Factor en los puntos 2, 3 y 4..... 96

Tabla 4. Sky Factor en los puntos 5 y 6..... 100

Tabla 5. Luminancia relativas en los puntos 1, 2, 3 y 4. 107

DESARROLLO DE UNA METODOLOGÍA BASADA EN EL ANÁLISIS DE IMAGEN Y DESARROLLO DE UN PROTOTIPO PARA LA EVALUACIÓN Y CUANTIFICACIÓN DE VARIABLES ASOCIADAS A LA RADIACIÓN SOLAR

RESUMEN

1. Introducción.

La iluminación natural es un factor de calidad ambiental en el uso de los edificios, de manera que el diseño de los mismos y la disponibilidad del recurso solar condicionan su aprovechamiento. Los núcleos urbanos se caracterizan por una alta densidad de edificación, produciéndose obstrucciones de la radiación solar y, por tanto, reduciendo la disponibilidad del recurso. Esta circunstancia se ha venido agravando con el desarrollo urbanístico y ha dado lugar al concepto de “derecho al sol”.

Numerosos autores han desarrollado metodologías para la representación de las trayectorias solares observadas desde un punto, destacando entre ellos las cartas solares en las que también se incluyen los elementos que provocan obstrucciones. Se plantea un problema combinado, por un lado se trata de representar la trayectoria aparente del Sol y por otro, la representación del entorno. En general, estas representaciones de una realidad tridimensional se hacen sobre un plano, siendo necesaria la utilización de proyecciones adecuadas para tal fin, si bien se ha generalizado el uso de las proyecciones cartográficas terrestres.

La reproducción de bóveda celeste observada desde un punto se suele hacer usando figuras geométricas regulares para representar los edificios y otros elementos, empleando técnicas complejas para la ubicación de los mismos en el espacio. Se justifica el desarrollo de una metodología que permite reproducir la representación de la bóveda celeste de forma precisa y rápida.

Una vez se dispone de la bóveda celeste, la cuantificación de las variables solares requiere la utilización de proyecciones específicas, diferentes de las cartográficas terrestres, que resulten equivalentes para el atributo que se quiere analizar. Es objeto de esta tesis el desarrollo matemático proyecciones específicas para cada variable solar, en particular se

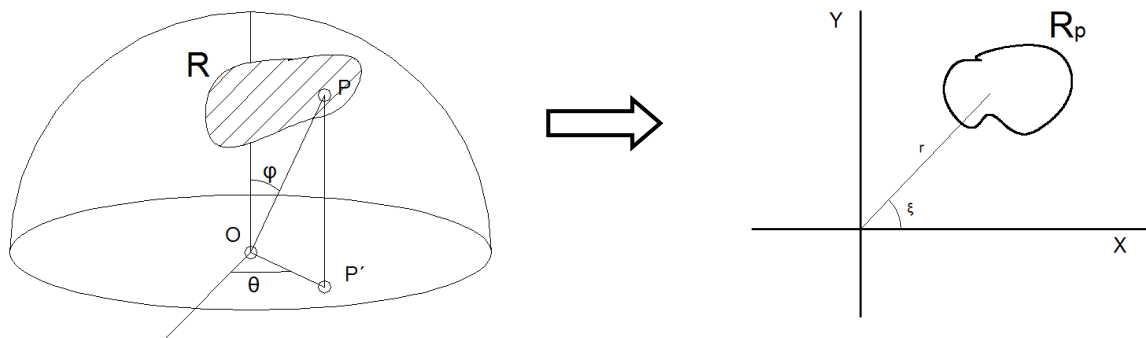
han desarrollado las correspondientes a la iluminancia en cielos CIE Overcast tipo 1 sobre paramentos horizontales y verticales en representación circular y cilíndrica.

2. Metodología.

En Ingeniería y Arquitectura resulta frecuente la necesidad de determinar atributos de un punto directamente relacionados con la bóveda visual. Denominamos atributo integrable a aquel que se puede determinar mediante la integración doble del tipo:

$$C = \iint_R \rho(\varphi, \theta) d\varphi d\theta$$

Para que exista equivalencia del atributo entre la bóveda celeste y el plano proyectado se ha de verificar:



$$\iint_R \rho(\varphi, \theta) d\varphi d\theta = \iint_{R_p} r dr d\xi$$

Lo que se consigue mediante las ecuaciones de transformación:

- Representación circular:

$$r(\varphi) = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^\varphi \left[\int_0^{2\pi} \rho(\mu, \eta) d\eta \right] d\mu}$$

$$\xi(\theta) = 2\pi \frac{\int_0^\theta \rho(\mu, \eta) d\eta}{\int_0^{2\pi} \rho(\mu, \eta) d\eta}$$

- Representación cilíndrica:

$$x(\theta) = 2 \left(\frac{\int_0^\theta \rho(\varphi, \eta) d\eta}{\int_0^{2\pi} \rho(\varphi, \eta) d\eta} - \frac{1}{2} \right) \sqrt{\int_0^{\pi/2} \left[\int_0^{2\pi} \rho(\mu, \eta) d\eta \right] d\mu}$$

$$y(\varphi) = \frac{1}{2} \frac{\int_{\varphi}^{\pi/2} \left[\int_0^{2\pi} \rho(\mu, \eta) d\eta \right] d\mu}{\sqrt{\int_0^{\pi/2} \left[\int_0^{2\pi} \rho(\mu, \eta) d\eta \right] d\mu}}$$

Aplicando esta metodología a la luminancia CIE Overcast tipo 1, dada por:

$$L(\varphi, \theta) = L_z \frac{1+2\cos\varphi}{3}$$

Obtenemos las expresiones correspondientes a las cuatro proyecciones propuestas:

Illuminancia CIE Overcast tipo 1 sobre superficie horizontal representación circular

Illuminancia CIE Overcast tipo 1 sobre superficie horizontal representación cilíndrica

Illuminancia CIE Overcast tipo 1 sobre superficie vertical representación circular

Illuminancia CIE Overcast tipo 1 sobre superficie vertical representación cilíndrica

En cuanto a la captación de la imagen de la bóveda celeste, se ha implementado un conjunto de dispositivos para la obtención de imágenes en campo de forma sencilla, consiste en un trípode nivelable sobre el que se coloca un bastidor de metacrilato que sostiene una cámara fotográfica y en su base dispone de un espejo hemisférico convexo.



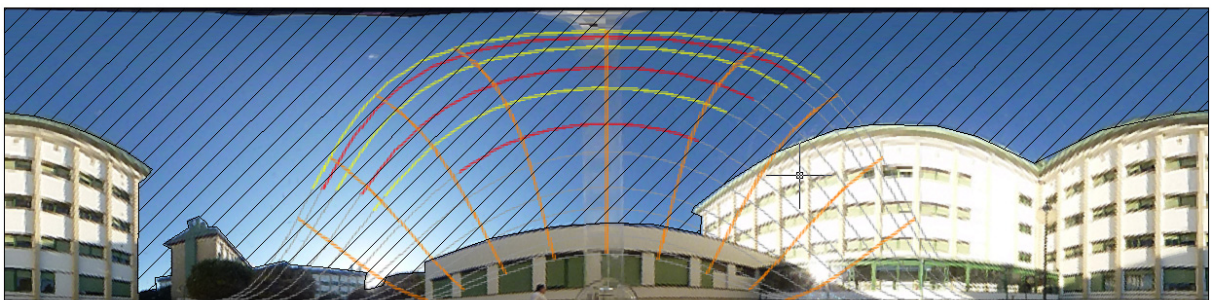
Asimismo se ha desarrollado un software específico para el tratamiento de las imágenes y la generación de las proyecciones citadas, el cual proporciona una salida gráfica.

3. Resultados.

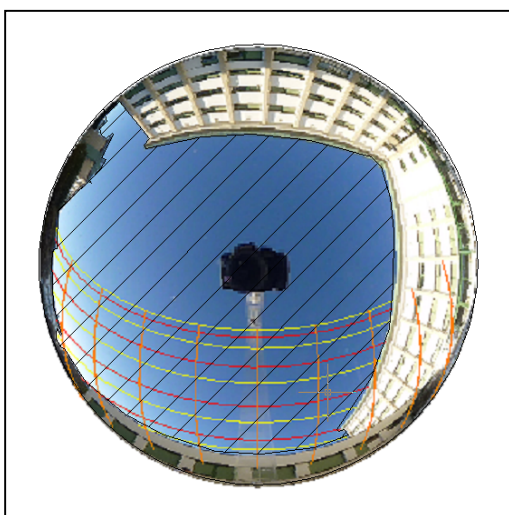
Se ha aplicado la metodología descrita en dos emplazamientos de la ciudad de Córdoba, en el Campus de Rabanales se han tomado imágenes en varios patios que se diferencian por la cobertura vegetal y en un edificio de oficinas se ha tomado imágenes del cielo observado desde varias fachadas. En cada uno de los casos se ha calculado el Sky Factor (SF):

$$SF = \frac{A_E}{A_T}$$

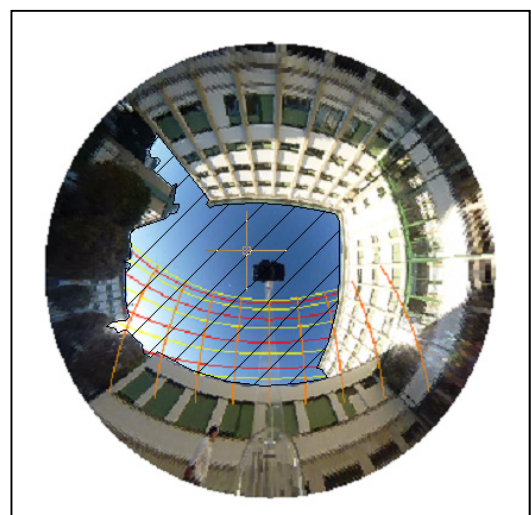
Donde A_E es el área exenta y A_T es el área total. El SF representa la iluminancia relativa en un punto. En cada emplazamiento se han generado las dos proyecciones propuestas y se ha comparado los resultados.



Proyección CIE Overcast representación cilíndrica



Proyección CIE Overcast representación circular



Proyección estereográfica

El SF en cada caso es:

	Área total (UA)	Área exenta (UA)	SF
Cilíndrica	1	0,6091	0,6091
Circular	1	0,6190	0,6190

4. Conclusiones.

Se ha establecido la base matemática para el desarrollo de proyecciones adecuadas para el estudio de cualquier propiedad que verifique:

$$C = \iint_R \rho(\varphi, \theta) d\varphi d\theta$$

Se presentan cuatro proyecciones novedosas de utilidad para el estudio de la iluminancia CIE Overcast tipo 1 sobre paramentos horizontales y verticales.

Se ha implementado un método de campo de fácil ejecución que proporciona las variables solares. Está basado en un dispositivo compuesto por un trípode nivelable, un soporte para una cámara fotográfica y un espejo hemisférico que permite la obtención de una imagen de la bóveda celeste, y un software para el tratamiento de las imágenes así obtenidas y su transformación en la proyección requerida.

DEVELOPMENT OF A METHODOLOGY BASED ON THE ANALYSIS OF IMAGE AND A PROTOTYPE FOR THE ASSESSMENT AND QUANTIFICATION OF VARIABLES ASSOCIATED TO SOLAR RADIATION

EXECUTIVE SUMMARY

1. Introduction.

Daylight is a factor of environmental quality in buildings uses; therefore their designs as well as solar resource availability affect their use. Urban areas are characterized by a high building density, causing obstruction of solar radiation and consequently, reducing the availability of the resource. This situation has been worsening with urban development and has led to the concept of "solar right".

Numerous authors have developed methodologies for the representation of sun paths observed from a point, most notably solar letters which also includes elements that cause obstructions. A combined problem arises, in one hand how to represent the apparent solar path and in the other hand, the representation of the sky vault. In general, these representations are three-dimensional reality on a plane, requiring the use of projections suitable for this purpose, although there has been widespread use of terrestrial map projections.

Sky vault observed are usually done using regular geometric figures to represent buildings and other elements, employing sophisticated techniques for locating them in the space. This justifies the development of a methodology to accurately and quickly reproduce the representation of the sky vault.

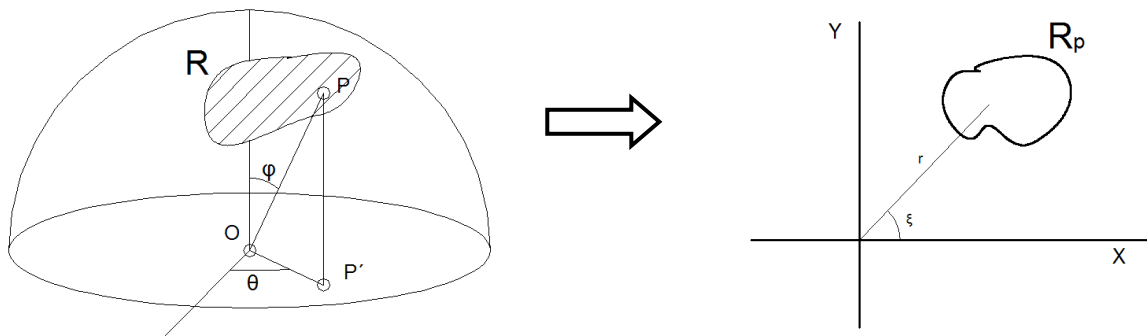
Once you have the sky vault, the quantification of the solar variables requires the use of specific projections, different from terrestrial mapping, which are equivalent to the attribute that you want to analyze. The object of this thesis is to mathematically develop specific projections for each solar variable; in particular it has been developed for the CIE Overcast type 1 skies illuminance on horizontal and vertical surfaces, circular and cylindrical representations.

2. Methodology.

Engineering and Architecture is often necessary to determine attributes of a point directly related to visual vault. An attribute is integrable if can be determined by double integration of the type:

$$C = \iint_R \rho(\varphi, \theta) d\varphi d\theta$$

The equivalence of the attribute between the sky and the projected plane requires verifying:



$$\iint_R \rho(\varphi, \theta) d\varphi d\theta = \iint_{R_p} r dr d\xi$$

This is obtained applying transformation equations:

- Circular representation:

$$r(\varphi) = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^\varphi \left[\int_0^{2\pi} \rho(\mu, \eta) d\eta \right] d\mu}$$

$$\xi(\theta) = 2\pi \frac{\int_0^\theta \rho(\mu, \eta) d\eta}{\int_0^{2\pi} \rho(\mu, \eta) d\eta}$$

- Cylindrical representation:

$$x(\theta) = 2 \left(\frac{\int_0^\theta \rho(\varphi, \eta) d\eta}{\int_0^{2\pi} \rho(\varphi, \eta) d\eta} - \frac{1}{2} \right) \sqrt{\int_0^{\pi/2} \left[\int_0^{2\pi} \rho(\mu, \eta) d\eta \right] d\mu}$$

$$y(\varphi) = \frac{1}{2} \frac{\int_{\varphi}^{\pi/2} \left[\int_0^{2\pi} \rho(\mu, \eta) d\eta \right] d\mu}{\sqrt{\int_0^{\pi/2} \left[\int_0^{2\pi} \rho(\mu, \eta) d\eta \right] d\mu}}$$

Applying this methodology to the luminance CIE Overcast type 1, given by:

$$L(\varphi, \theta) = L_Z \frac{1+2\cos\varphi}{3}$$

We obtain expressions for the four proposals projections:

CIE Overcast illuminance circular representation on horizontal surface.

CIE Overcast illuminance cylindrical representation on horizontal surface.

CIE Overcast illuminance circular representation on vertical surface.

CIE Overcast illuminance cylindrical representation on vertical surface.

In order to acquired the sky vault image, a set of devices has been implemented to acquire images fast and simply, consisting of a leveling tripod on which is placed a methacrylate frame holding a camera and at its base has a convex hemispherical mirror.



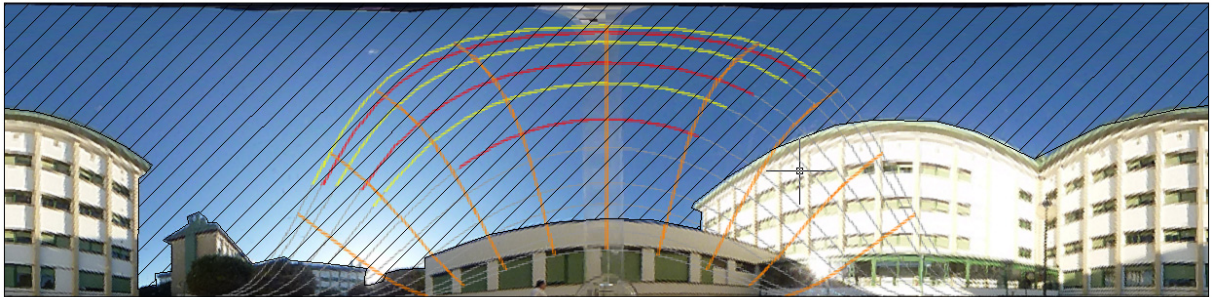
Specific software has been developed for the treatment of images and the generation of the cited projections, which provides a graphical output.

3. Results.

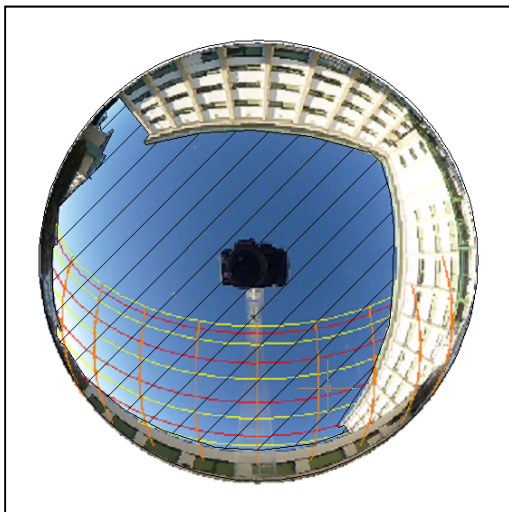
The methodology above described has been applied in two different locations in the city of Córdoba. First one in “Campus de Rabanales”, where images were captured in several courtyards differing in vegetation cover and secondly in an office building where the images of the sky observed proceed from diverse facades. In each case Sky Factor (SF) was calculated:

$$SF = \frac{A_E}{A_T}$$

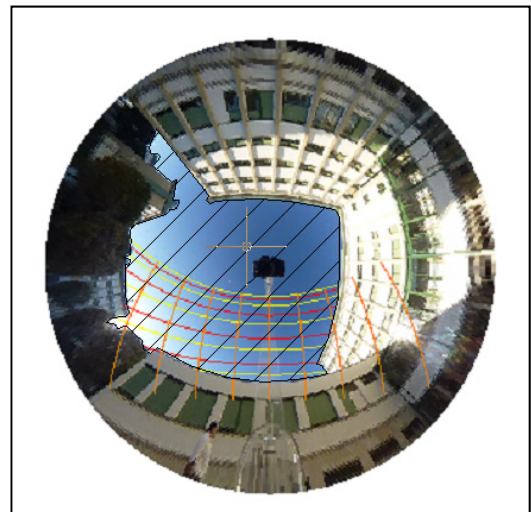
Where, A_E is the free area and A_T is the total area. SF represents the relative illuminance at a point. At each site were generated both proposals projections and compared the results.



CIE Overcast projection, cylindrical representation



CIE Overcast projection, circular representation



Stereographic projection

SF are:

	Total area (UA)	Free area (UA)	SF
Cylindrical	1	0,6091	0,6091
Circular	1	0,6190	0,6190

4. Conclusions.

Mathematical basis has been established to develop appropriate projections for the study of any property that verifies:

$$C = \iint_R \rho(\varphi, \theta) d\varphi d\theta$$

Four new useful projections for the study of type 1 Overcast CIE illuminance on vertical and horizontal surfaces are presented.

The method developed in this study provides an easy way to implement solar variables. It is based on a device consisting of a leveling tripod, a support for a camera and a hemispherical mirror that allows obtaining a sky image, and software for processing images thus obtained and its transformation into the projection required.

INTRODUCCIÓN

1. Introducción.

El desarrollo de los núcleos urbanos, con una densidad de edificación creciente, aflora el problema del acceso al Sol. No se trata de un problema nuevo, en el antiguo Egipto, Mesopotamia y Roma, los arquitectos tenían en cuenta la relación entre los edificios y su entorno. Los edificios adyacentes obstruyen la radiación directa sobre las fachadas, limitando los efectos positivos del Sol, iluminación, calentamiento de interiores, producción de ACS y electricidad, y sobre todo el bienestar psicológico asociado a la iluminación natural, generando una preocupación creciente por el acceso al recurso solar. En algunos países, se ha legislado al respecto de los derechos solares, llegándose a plantear demandas judiciales con la única motivación de la violación del derecho al Sol.

Para objetivar los efectos de las obstrucciones, se han desarrollado diversos métodos gráficos, al principio muy rudimentarios, con los que cuantificar la influencia de la trama urbana.

Las cartas solares se generalizan como herramienta de simulación del movimiento aparente del Sol, utilizando para su construcción diversas proyecciones gráficas entre las cuales destaca la estereográfica debido a la conservación de las proporciones angulares. La representación en un soporte plano de las trayectorias solares simplifica un problema complejo tridimensional, si bien, la reproducción del entorno del punto analizado se aborda de manera simplista, representando los edificios como bloques de geometría regular, o en otros casos se logra mayor definición a costa de emplear métodos complicados y costosos, es el caso de la utilización de estaciones topográficas para la caracterización de los vértices representativos del entorno.

La aparición de las herramientas informáticas posibilitó el desarrollo de procedimientos matemáticos, basados en cálculo numérico, que permiten resolver problemas complejos. En combinación con los programas de diseño gráfico tipo CAD simulan la disponibilidad solar en emplazamientos afectados por obstrucciones.

Una de las aplicaciones más interesantes de estos métodos es la determinación de la iluminancia en una localización concreta en cualquier instante del año. En un momento en que la concienciación energética es muy importante, la iluminación natural se entiende como un factor de calidad ambiental, afectando al confort de los edificios y a la

demanda energética de los mismos. En los edificios, la iluminación artificial representa hasta el 30% de la demanda energética, es por esto que en la optimización de la utilización de la iluminación natural subyace un potencial de ahorro energético de primera magnitud, de forma complementaria al desarrollo de nuevas tecnologías en iluminación artificial en caminadas a mejorar la relación lumen por vatio de las lámparas. Una de las combinaciones más efectivas se obtiene cuando se regula la iluminación artificial para, junto con el aporte natural, obtener una iluminancia predeterminada.

La implementación de estas soluciones avanzadas precisa de análisis cuantitativos de la iluminación natural disponible de cara a evaluar su viabilidad técnica y económica. Es por ello que se justifica la formulación de metodologías orientadas a cuantificar de forma precisa y sistemática la iluminancia esperada en emplazamientos de diversa naturaleza.

Hasta ahora, los métodos existentes proponen, en su mayoría, la reconstrucción del entorno del punto de trabajo con técnicas laboriosas e instrumentación compleja, convirtiendo la caracterización del medio en el factor primordial, de cuya exactitud depende en gran medida el resultado del proceso. Con la intención de simplificar esta metodología se han propuesto algunos dispositivos basados en la captación de imágenes mediante cámaras fotográficas digitales.

La utilización de dispositivos de captura de imágenes de la bóveda celeste plantea un nuevo problema, debido a que proporcionan una proyección aberrante de la realidad. Múltiples autores plantean la necesidad de tratar las imágenes así obtenidas y transformarlas en proyecciones conocidas en las que se conservan una o varias propiedades geométricas, así la proyección estereográfica se generaliza en la representación de la bóveda celeste al tratarse de una proyección conforme.

En gran medida, los trabajos existentes tienden a adaptar las imágenes del cielo en proyecciones cartográficas, son transformaciones matemáticas que a cada punto de la realidad hacen corresponder un punto en el plano de proyección. Dependiendo de la finalidad del plano, bóveda celeste o superficie terrestre, se elige una proyección estereográfica, gnomónica, polar, etc. En un sentido más amplio se pueden definir proyecciones o transformaciones con la finalidad de conservar un atributo no necesariamente geométrico, por ejemplo una magnitud física.

El autor de la presente tesis ha detectado la inexistencia de proyecciones específicas para el análisis de variables solares, en tanto que la información gráfica se representa en proyecciones cartográficas no adecuadas. Es por esto que se propone la siguiente tesis con el objetivo de desarrollar proyecciones nuevas, adecuadas al estudio, caracterización y visualización de variables solares.

En particular, se ha considerado procedente el desarrollo de una metodología encaminada a la determinación de la iluminancia en paramentos horizontales (patios, calles y lucernarios) y verticales (ventanas y huecos de fachada), considerando el problema desde una perspectiva amplia, abarcando el dispositivo de captura de imágenes de la bóveda celeste, la formulación matemática de las transformaciones propuestas y la codificación de un programa informático que proporcione salidas gráficas interpretables.

OBJETIVOS

2. Objetivos.

El objetivo general de la siguiente tesis es desarrollar un método gráfico que permita calcular y visualizar las variables asociadas a la incidencia solar.

Como objetivos específicos se plantean los siguientes:

- Establecer las bases matemáticas que permiten el desarrollo de proyecciones específicas y apropiadas al cálculo y visualización de cada variable.
- Diseñar una metodología práctica y de sencilla ejecución, orientada a la medición de variables solares en paramentos constructivos horizontales y verticales.
- Implementar un conjunto de dispositivos adecuados para la toma de datos, en campo, necesarios para la medición de variables solares.
- Desarrollar una herramienta informática para tratar los datos de campo y cuantificar las variables y representar gráficamente las proyecciones.
- Proponer proyecciones específicas para el estudio, cálculo y visualización de la iluminancia descrita por el modelo CIE Overcast tipo 1 en paramentos verticales y horizontales.

ANTECEDENTES

3. Antecedentes.

3.1. Geometría Sol-Tierra.

El movimiento de la Tierra alrededor del Sol y sobre sí misma ha sido estudiado desde la antigüedad. Las civilizaciones más ancestrales nos legaron estudios sobre la determinación de la posición del Sol.

La Tierra, al igual que el resto de los planetas, de acuerdo con la primera ley de Kepler, gira en torno al Sol describiendo una órbita elíptica con el Sol situado en uno de sus focos. El eje mayor de la elipse se llama línea de los ápsides, siendo sus extremos el perihelio, o punto más próximo al Sol, y el afelio, o punto más alejado del Sol. El plano que contiene la órbita de la Tierra se denomina plano de la eclíptica.

La distancia media de la Tierra al Sol, r_0 , viene dada por el semieje mayor de la órbita terrestre y se utiliza para definir una unidad de longitud denominada **unidad astronómica**, UA, cuyo valor es

$$r_0 = 1,496 \times 10^8 \text{ km} = 1 \text{ UA}$$

La excentricidad de la elipse, es decir, la relación entre la distancia del centro de la elipse a un foco y el semieje mayor, es igual aproximadamente a 0,017. Esta excentricidad es tan pequeña, que la órbita terrestre puede asimilarse a una circunferencia de radio r_0 . No obstante, la distancia de la Tierra al Sol, r , varía apreciablemente entre un mínimo de 0.983 UA en el paso por el perihelio, aproximadamente el día 3 de enero, y un máximo de 1,017 UA en el paso por el afelio, aproximadamente el 4 de julio. Estas variaciones originan una oscilación anual de un $\pm 3\%$ en la cantidad de radiación solar recibida por la Tierra. La ecuación [3.1] describe la variación energética en función del **día del año d_n** , que varía entre 1 para el día 1 de enero y 365 para el día 31 de diciembre.

$$E_0 = 1 + 0,033 \cos \frac{2\pi d_n}{365} \quad [3.1]$$

El período de revolución de la Tierra o intervalo de tiempo entre dos pasos consecutivos por el mismo punto de la elipse, define el denominado **año sidéreo**, con una duración de 365,2422 días.

El movimiento orbital de la Tierra no es uniforme. La velocidad lineal media es de unos 29,8km/s, siendo máxima en el perihelio y mínima en el afelio. Este movimiento viene determinado por la segunda ley de Kepler o ley de las áreas, según la cual el radio vector que une el Sol con un planeta barre áreas iguales en tiempos iguales (velocidad areolar constante).

Simultáneamente a este movimiento de traslación, nuestro planeta gira sobre un eje que pasa por los polos en un movimiento de rotación, que puede suponerse perfectamente uniforme. El período de rotación de la Tierra, es decir, el tiempo que tarda en dar una vuelta completa o día sidéreo, es ligeramente inferior a 24 horas, exactamente 23h 56m 4,099s. El plano normal al eje de rotación que pasa por el centro de masas de la Tierra se denomina **plano ecuatorial** o **plano del ecuador**.

El eje de rotación de la Tierra no es perpendicular al plano de la eclíptica, lo que origina las estaciones del año -invierno, primavera, verano y otoño- y la desigual duración de los días y las noches. Durante su movimiento de traslación alrededor del Sol, el eje de rotación de la Tierra se desplaza paralelamente a sí mismo, conservando prácticamente invariable su dirección en el espacio y formando siempre el mismo ángulo ε con la normal al plano de la eclíptica. Este ángulo ε se denomina **oblicuidad de la eclíptica** y su valor es $\varepsilon = 23^\circ 27'$.

Esta oblicuidad permite definir sobre la órbita terrestre algunos puntos singulares. Para ello, consideremos un plano que pasando por el centro del Sol sea normal al eje de rotación de la Tierra. La intersección de este plano, paralelo al del ecuador, con el plano de la eclíptica recibe el nombre de **línea de los equinoccios** y determina sobre la órbita terrestre dos puntos conocidos como **equinoccio de primavera** y **equinoccio de otoño**. Análogamente, la perpendicular trazada en el plano de la **eclíptica** por el centro del Sol a la línea de los equinoccios se llama **línea de los solsticios** y corta a la órbita terrestre en otros dos puntos denominados **solsticio de invierno** y **solsticio de verano**. El equinoccio de primavera, también denominado **punto vernal**, se utiliza frecuentemente en astronomía como punto de referencia, ya que su posición puede determinarse con gran precisión.

Cuando la Tierra está situada sobre los equinoccios, lo que ocurre aproximadamente los días 21 de marzo y 22 de septiembre, el Sol se encuentra sobre el plano del ecuador y,

por consiguiente el número de horas de sol es igual al de horas de obscuridad en todos los lugares de la Tierra. Hacia el día 21 de junio, fecha del solsticio de verano, el Sol ilumina más directamente el hemisferio norte de la Tierra, donde el Sol alcanza su máxima inclinación respecto al plano del ecuador. Seis meses más tarde, hacia el 22 de diciembre, fecha del solsticio de invierno, la situación anterior se ha invertido. En los solsticios la diferencia entre el número de horas de sol y de obscuridad es máxima.

Con objeto de caracterizar la localización solar respecto a la Tierra, se define el ángulo declinación solar como ángulo que forman los rayos solares con respecto al plano ecuatorial. Para su cálculo se puede utilizar, con suficiente aproximación la ecuación dada por Cooper [3.2]:

$$\delta = 23,45 \operatorname{sen} \frac{2\pi(d_n+284)}{365} \quad [3.2]$$

Si bien, una estimación más precisa se alcanza con la expresión [3.3], ecuación que utiliza el valor del ángulo diario Γ , definido en la ecuación [3.4].

$$\delta = 0,3963 - 22,9132 \cos \Gamma + 4,0254 \operatorname{sen} \Gamma - 0,3872 \cos 2\Gamma + 0,0519 \operatorname{sen} 2\Gamma - 0,1545 \cos 3\Gamma + 0,087 \operatorname{sen} 3\Gamma \quad [3.3]$$

$$\Gamma = \frac{2\pi (d_n-1)}{365} \quad [3.4]$$

La Figura 1 muestra la evolución de la declinación a lo largo del año.

En la caracterización del movimiento Sol-Tierra se asumen como hipótesis:

- Los años duran 365 días, prescindiendo sin más del día 29 de febrero, que es ignorado. Este método conlleva un pequeño error, que sin embargo este resulta despreciable en los balances meteorológicos pero tiene la ventaja de considerar todos los años idénticos, en lo que a posición y distancia solar se refiere.
- Se considera durante un determinado día del año la declinación solar es constante, de modo que la trayectoria recorrida por el Sol ese día sea exactamente un arco de paralelo celeste.

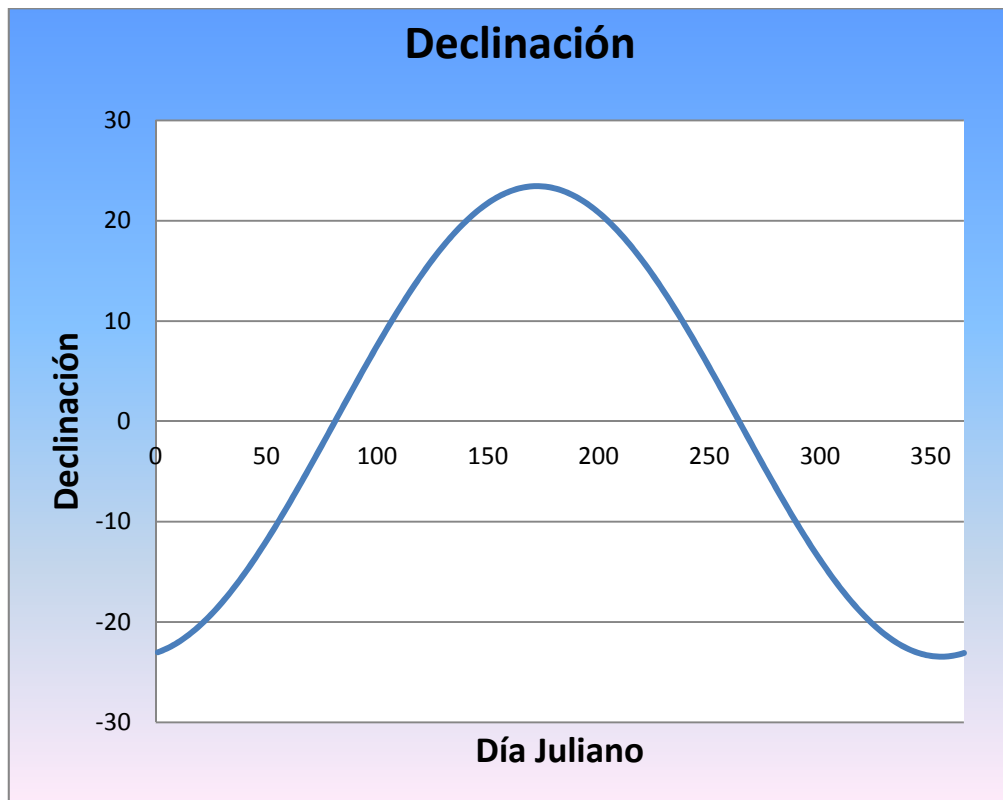


Figura 1: Evolución de la declinación.

La representación de las trayectorias solares observadas desde cualquier punto de la Tierra, la posición relativa del Sol respecto a un punto de la superficie terrestre, precisa un sistema de referencia para la situación terrestre y para la posición del Sol.

3.1.1. Coordenadas geográficas.

Para la representación de un punto sobre la superficie terrestre se necesita un sistema de coordenadas, denominadas geográficas. En los estudios de las trayectorias solares se considera una superficie esférica, sin tener en cuenta la orografía. Sobre la superficie terrestre se definen círculos ortogonales:

Meridianos: Círculos máximos que contienen al eje de rotación de la Tierra, se obtienen como la intersección de los planos verticales, que contienen al eje de la Tierra, con la superficie terrestre. El meridiano de referencia es el que pasa por Greenwich, también denominado meridiano 0. Cada meridiano se caracteriza por su longitud, ángulo comprendido entre el meridiano 0 y el del lugar. La longitud es una de las coordenadas geográficas, su valor está comprendido entre 0º

(meridiano Greenwich) y 180° . Se consideran positivas las longitudes al este y negativas al oeste.

Paralelos: Círculos que se obtienen como intersección de planos perpendiculares al eje de la Tierra y la superficie terrestre. Son paralelos al plano del ecuador. Cada paralelo se caracteriza por su latitud, coordenada que varía de 0 (ecuador) a 90° (polos), siendo positiva la latitud norte y negativa al sur.

Un punto A (Fig. 2.2) sobre la superficie terrestre queda referenciado por su latitud (φ) y su longitud (ω). Al meridiano que pasa por A se le llama “meridiano del lugar” y al paralelo, “paralelo del lugar”.

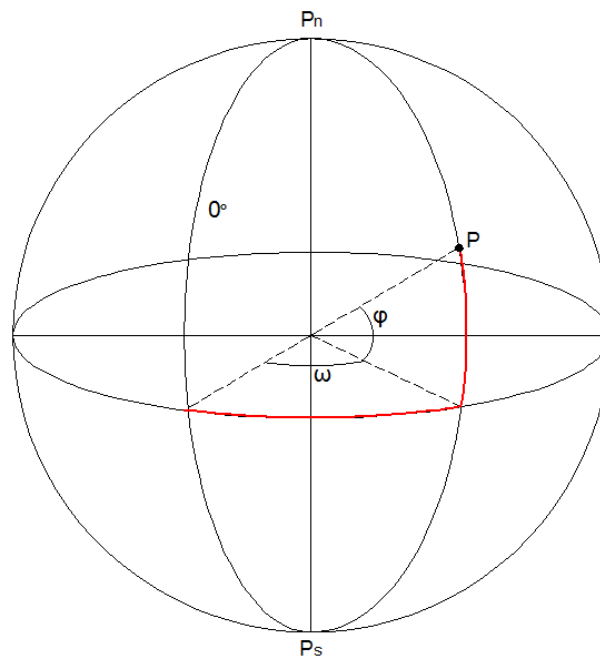


Figura 2. Coordenadas geográficas esféricas.

3.1.2. Coordenadas astronómicas. La esfera celeste.

El estudio del movimiento solar precisa un análisis global desde la perspectiva de la mecánica astronómica. Los fundamentos de este análisis se basan en la consideración de una superficie terrestre de orografía irrelevante y una esfera centrada en el observador, de radio arbitrario sobre cuya superficie se encuentran los astros y planetas objeto de estudio. El sistema de referencia se define a partir de un plano, denominado plano fundamental, y un eje perpendicular, eje fundamental.

El círculo donde corta la esfera celeste al plano fundamental se denomina ecuador celeste respecto al plano p , los punto de intersección entre el eje fundamental y la esfera celeste definen los polos celestes.

Las coordenadas de un punto sobre la esfera celeste son dos: coordenada ascendente y coordenada declinante.

Coordenada ascendente: Se mide sobre círculos paralelos al plano fundamental.

Coordenada declinante: Se mide sobre planos perpendiculares al plano fundamental, conteniendo al eje fundamental.

Los sistemas de coordenadas astronómicas se caracterizan por la elección del plano fundamental y, por consiguiente, del eje fundamental. Generalmente se toma como plano de referencia alguno de los planos representativos de la geometría solar o terrestre:

- Plano del horizonte del lugar
- Plano ecuatorial terrestre
- Plano de la eclíptica
- Plano de simetría de la Vía Láctea

3.1.2.1. Coordenadas horizontales.

Es el sistema resultante de la selección del horizonte del lugar como plano fundamental. El eje fundamental será el cénit-nadir. De este modo, las coordenadas son:

Altura (h): Coordenada ascendente, es el ángulo que forma el vector de posición del astro con el plano del horizonte.

Azimut (A): Coordenada declinante, es el ángulo que forma la proyección del vector de posición del astro sobre el plano del horizonte respecto a la dirección del norte geográfico.

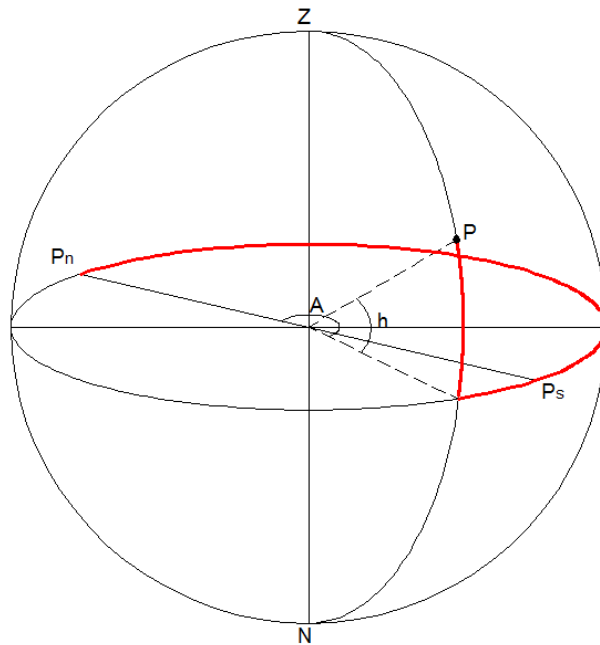


Figura 3. Coordenadas astronómicas horizontales.

Definiendo un sistema de ejes cartesianos en el punto de observación, con el eje OX en el plano del horizonte y dirección sur, el OY en el mismo plano con dirección este, y el OZ la vertical del lugar. El vector de posición de cualquier astro sobre la bóveda celeste tendrá componentes:

$$X = r \cos(h) \cos(A)$$

$$Y = r \cos(h) \sin(A)$$

$$Z = r \sin(h)$$

Los valores de A y se obtienen directamente de la observación del astro en el lugar.

3.1.2.2. Coordenadas horarias o ecuatoriales.

El plano fundamental en este sistema es el plano del ecuador terrestre y el eje vertical del lugar. El movimiento de los astros relativo a la Tierra se produce fundamentalmente debido a sus movimientos de rotación y traslación. Estos movimientos definen sobre la esfera celeste una serie de líneas y puntos relevantes:

Eje de giro de la Tierra: Es un eje alrededor del cual se produce el movimiento de rotación de la Tierra. Interceptar a la esfera celeste en los polos celestes, norte y sur.

Ecuador celeste: Es el círculo máximo de la esfera celeste, perpendicular al eje de rotación de la Tierra.

Meridianos: Círculos máximos que contienen al eje de rotación de la Tierra.

Paralelos: Círculos perpendiculares al eje de rotación, paralelos al plano del ecuador celeste.

Sobre los meridianos y los paralelos celestes se miden las coordenadas horarias, siendo éstas:

Ángulo horario (H): Es el formado por el meridiano que pasa por el lugar y el meridiano del astro.

Declinación (δ): Es el ángulo de elevación del astro sobre el horizonte celeste.

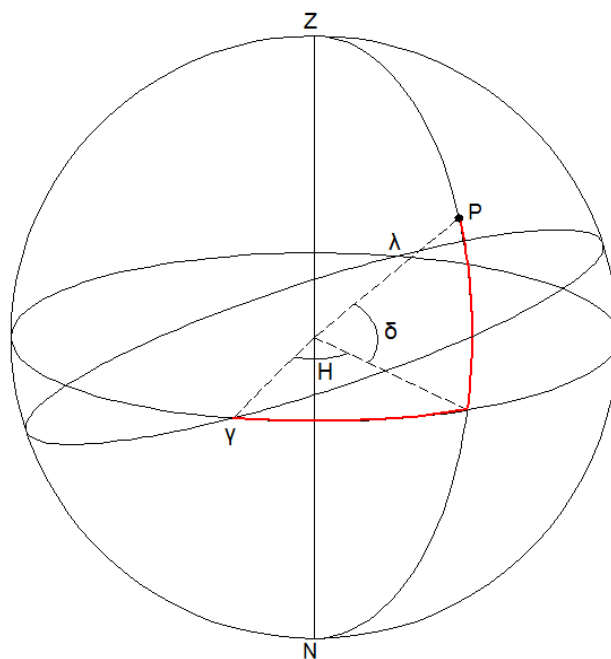


Figura 4. Coordenadas astronómicas ecuatoriales u horarias.

Si definimos un sistema de referencia donde OX es el eje resultante de la intersección del meridiano del lugar con el ecuador celeste, OZ el eje de giro de la Tierra, y OY perpendicular a los dos anteriores, el vector de posición del astro será:

$$X = r \cos(\delta) \sin(H)$$

$$Y = r \cos(\delta) \cos(H) \quad [3.5]$$

$$Z = r \sin(\delta)$$

Los valores de A y se obtienen directamente de la observación del astro en el lugar. En el caso particular del Sol, el ángulo horario se puede escribir en función de la velocidad de rotación de la Tierra (Ω):

$$H = \Omega t \quad [3.6]$$

Donde t es el tiempo solar, que toma el valor 0 en el paso del Sol por el meridiano del lugar, y la velocidad de rotación de la Tierra es:

$$\Omega = \frac{2\pi}{24} \left(\frac{rad}{h} \right) \quad [3.7]$$

El vector unitario de posición solar expresado en este sistema de referencia será:

$$\vec{V}_s = \cos\delta \sin\Omega t \vec{i} + \cos\delta \cos\Omega t \vec{j} + \sin\delta \vec{k} \quad [3.8]$$

$$\vec{V}_s = (\cos\delta \sin\Omega t \quad \cos\delta \cos\Omega t \quad \sin\delta) \begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{pmatrix} \quad [3.9]$$

El observador situado en la superficie terrestre preferirá utilizar un sistema de referencia $OX'Y'Z'$, en el que los ejes vengán dados por:

OX' : Dirección este,

OY' : Dirección sur,

OZ' : Dirección cenital.

Los respectivos versores asociados, vendrán dados por:

$$\vec{i}' = \vec{i}$$

$$\vec{j}' = \sin L \vec{j} - \cos L \vec{k} \quad [3.10]$$

$$\vec{k}' = \cos L \vec{j} + \sin L \vec{k}$$

Las ecuaciones anteriores expresadas matricialmente:

$$\begin{pmatrix} \vec{i}' \\ \vec{j}' \\ \vec{k}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin L & -\cos L \\ 0 & \cos L & \sin L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{pmatrix} \quad [3.11]$$

o bien,

$$\begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \text{sen}L & \text{cos}L \\ 0 & -\text{cos}L & \text{sen}L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{i}' \\ \vec{j}' \\ \vec{k}' \end{pmatrix} \quad [3.12]$$

Teniendo en cuenta las expresiones [3.9], y [3.12] resulta:

$$\vec{V}_s = (\text{cos}\delta \text{sen}\Omega t \quad \text{cos}\delta \text{cos}\Omega t \quad \text{sen}\delta) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \text{sen}L & \text{cos}L \\ 0 & -\text{cos}L & \text{sen}L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{i}' \\ \vec{j}' \\ \vec{k}' \end{pmatrix} \quad [3.13]$$

Y esta será equivalente a:

$$\vec{V}_s = \text{cos}\delta \text{sen}\Omega t \vec{i}' + (\text{cos}\delta \text{cos}\Omega t \text{sen}L - \text{sen}\delta \text{cos}L) \vec{j}' + (\text{cos}\Omega t \text{cos}L \text{cos}\delta + \text{sen}\delta \text{sen}L) \vec{k}' \quad [3.14]$$

Esta expresión es especialmente útil para los cálculos de las trayectorias solares. A modo de ejemplo, la determinación de los instantes en los que amanece (orto), t_o , y anochece (ocaso), t_s , es muy sencilla pues se corresponden con los valores nulos de la coordenada Z. Así:

$$\text{cos}\Omega t \text{cos}L \text{cos}\delta + \text{sen}\delta \text{sen}L = 0 \quad [3.15]$$

Despejando t obtenemos:

$$t_o = -\frac{1}{\Omega} \arccos(-tg\delta tgL) \quad [3.16]$$

$$t_s = \frac{1}{\Omega} \arccos(-tg\delta tgL) \quad [3.17]$$

Estas expresiones serán válidas siempre que $|tg\delta tgL| < 1$, cuando $tg\delta tgL < 1$ estaremos en noches polares y en caso contrario en días polares, en ambos casos con duraciones de 24 horas.

La duración del día será igual a dos veces t_o .

3.1.2.3. Coordenadas eclípticas.

Este tipo de coordenadas utiliza como plano fundamental el que contiene la eclíptica, trayectoria aparente del Sol alrededor de la Tierra, y como eje, uno perpendicular al plano anterior y que pasa por el lugar. El plano de la eclíptica corta el plano del ecuador terrestre en dos puntos de la esfera celeste, denominados Aries y Libra, correspondientes a los equinoccios. Las coordenadas eclípticas son:

Longitud eclíptica (ρ): Es el ángulo que forma el meridiano del astro y el que pasa por Aries.

Latitud eclíptica (η): Ángulo de elevación del astro sobre el plano de la eclíptica.

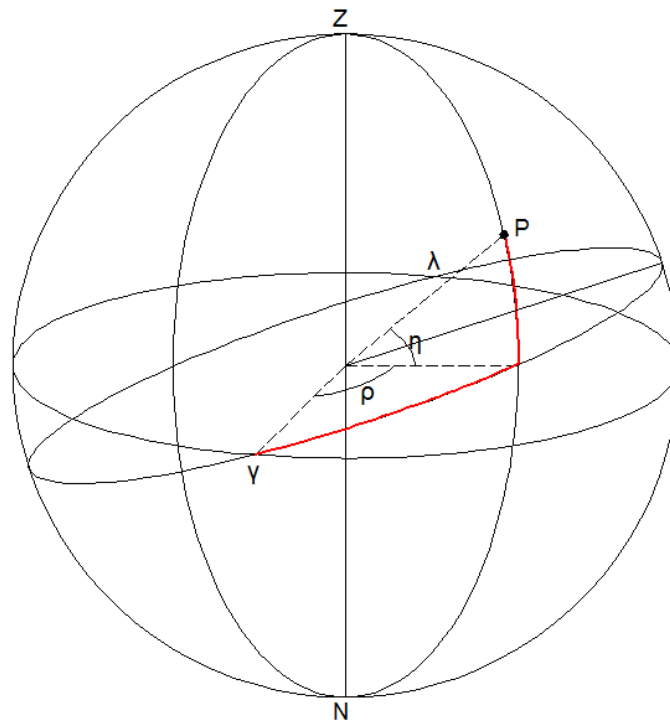


Figura 5. Coordenadas astronómicas eclípticas.

En un sistema de referencia con origen en el observador, eje OX contenido en el plano fundamental y que pasa por Aries, eje OZ normal al plano de la eclíptica y OY perpendicular a los dos anteriores, las coordenadas del astro serán:

$$X = r \cos(\eta) \cos(\rho)$$

$$Y = r \cos(\eta) \sin(\rho) \quad [3.18]$$

$$Z = r \sin(\eta)$$

Chang (2009) utiliza un sistema de referencia eclíptico y el calendario juliano para determinar la posición solar en cualquier instante. El calendario Juliano fue inventado por Joseph Scaliger y nombrado así en honor a su padre Julius, toma como origen del tiempo la medianoche del 31 de diciembre del año 4714 antes de Jesucristo. Para una fecha correspondiente a un año “y”, un mes “m” y un día “d”, el día Juliano (JD) es:

$$JD = B + C + D + d - 1.524,5 \quad [3.19]$$

Donde,

$$B = 2 - A + \text{Entero}(A/4) \quad [3.20]$$

$$C = \text{Entero}(365,25 \times (y + 4.716)) \quad [3.21]$$

$$D = \text{Entero}(30,6001 \times (m + 1)) \quad [3.22]$$

$$A = \text{Entero}(y/100) \quad [3.23]$$

Al día Juliano contado a partir del comienzo del día 1 de enero de 2.000 hora GMT (Greenwich Mean Time) se le denomina JD1 y al siglo Juliano JC, de manera que:

$$JD1 = JD - 2.000 \quad [3.24]$$

$$JC = JD1/36.525 \quad [3.25]$$

La latitud del Sol en el sistema de referencia eclíptico es nula en todo momento. La anomalía perihélica actual se obtiene mediante el desarrollo en serie de la ecuación de Kepler:

$$v = M + 360E \sin(M)/\pi + 900E^2 \sin(2M)/4\pi - 180E^3 \sin(M)/4\pi \quad [3.26]$$

Donde,

$$M = \varepsilon - \mu \quad [3.27]$$

$$E = 0,01670862 - 0,00004204 JC \quad [3.28]$$

$$\varepsilon = 280,466457 + 0,985647358 JD1 + 0,000304 JC^2 \quad [3.29]$$

$$\mu = 282,937348 + 0,00004707624 JD1 + 0,0004569 JC^2 \quad [3.30]$$

M es la anomalía significativa del perihelio, E es la excentricidad de la órbita, ϵ es la desviación de la anomalía significativa en el punto vernal (equinoccio de primavera), μ es el argumento del perigeo. La longitud del Sol en coordenadas eclípticas puede ser calculada:

$$\lambda = v - 360^\circ + \mu \quad [3.31]$$

La longitud del Sol respecto al plano del ecuador (H) es igual a la longitud respecto al plano de la eclíptica (λ). La latitud del Sol respecto al plano ecuatorial, también llamada declinación solar (δ) viene dada por:

$$\delta = \arcsin(\sin \eta \cos 23,4392^\circ + \cos \eta \sin \lambda \sin 23,4392^\circ) \quad [3.32]$$

Para una hora local (LT, en segundos) y una longitud geográfica (L) dadas, la GMST (Greenwich Mean Sidereal Time) y la LMST (Local Mean Sidereal Time) pueden ser calculadas por:

$$\text{GMST} = 24110,4841 + 8640184,81266 \text{ JD}1/36525,24 \quad [3.33]$$

$$\text{LMST} = \text{GMST} + L + (\text{LT} - \text{TD}) \times \text{TC} \quad [3.34]$$

Donde TD es la diferencia entre la hora local y la GMT, en segundos, y la constante TC es utilizada para transferir la hora solar a la sidérea, su valor es 1,002738.

Con todo esto, en un instante, el azimut (A) y la elevación solar (h) observadas desde una posición definida por su latitud (l) y longitud serán:

$$A = \tan^{-1} \frac{\sin(LMST - H)}{\sin l \cos(LMST - H) - \cos l \tan \delta} \quad [3.35]$$

$$h = \sin^{-1}(\sin l \sin \delta + \cos l \cos \delta \cos(LMST - H)) \quad [3.36]$$

Estos valores se obtienen con una desviación de solo $\pm 0,0003^\circ$.

3.2. Derechos solares.

Los derechos solares se entienden de forma diversa en distintos lugares del mundo. Seong y col. (2006) llevan a cabo una revisión del concepto en lugares representativos, así en Europa y USA se entiende como el derecho de los ocupantes de un edificio a recibir

una luz natural directa no obstruida por las construcciones cercanas, en el estado de Nuevo México (USA) es un derecho de propiedad sobre el recurso renovable para su utilización en emplazamientos donde se pueda instalar un colector solar, en Corea del Sur el concepto es más amplio y se asocia a la salud humana, productividad laboral, confort térmico y visual en edificios de uso residencial.

Littlefair (1998) realiza un estudio exhaustivo de criterios propuestos en la literatura y utilizados por diferentes estándares para garantizar unos niveles adecuados de insolación en viviendas. Gran parte de los criterios están basados en la limitación de ángulos de obstrucción. El ángulo de obstrucción se define como el menor de los ángulos de respecto del plano horizontal con que se puede algún punto del cielo desde una apertura. Se trata de un criterio simple y justificado en el pasado por la dificultad de aplicar métodos computacionales y da lugar a una metodología de planeamiento urbano para asegurar la exposición solar de las ventanas en edificios existentes y construcciones futuras. Elasfour (1991) propone una normativa basada en los derechos solares para la ciudad de Amman (Jordania) como consecuencia de la proliferación de edificios altos que afectan a otros similares y sobre todo a las edificaciones tradicionales, de menor altura. En este estudio se cuantifica la influencia del sombreado en verano y la exposición en invierno para una edificación tipo. El sombreado total durante el verano reduce las necesidades energéticas en refrigeración un 20,1%, mientras que la exposición total durante el período invernal disminuye los requerimientos energéticos para calefacción en un 25,8%. Estos resultados justifican la adopción de unas sencillas reglas orientadas a la planificación urbanística basada en los derechos solares. Tomando, también, como referencia la ciudad de Amman, Alzoubi y col. (2010) proponen la aplicación de dos conceptos para la planificación urbanística, derechos solares y envolvente solar.

La envolvente solar se puede definir como el máximo volumen construido que no limita la radiación solar en los edificios adyacentes. Utilizando el software Lightscape, evalúan la radiación incidente y obstruida sobre las fachadas de los edificios analizados para los días 15 de noviembre, 21 de diciembre y 21 de marzo. La normativa vigente da lugar a que en las plantas bajas, en los meses más desfavorables, algunas ventanas del centro del edificio no recibieran la insolación en ningún momento del día. Cherqui F. y col. (2005) plantean una serie de indicadores solares de aplicación en planeamiento urbanístico, tales como irradiancia solar e iluminancia, mapa de reparto, referido a la irradiancia relativa de cada

superficie (fachada, cubierta, etc.) respecto al total; “iso-shadow” representa la relación entre la radiación incidente sobre un edificio o superficie respecto de la misma no obstruida; densidad de sombra, definido como la relación entre el número de horas protegido de la radiación directa respecto del número de horas de luz solar:

$$Sh_d = \frac{t_i^{sh}}{t_{daylight}} \quad [3.37]$$

También destacan los métodos basados en el aseguramiento de un número de horas de insolación en determinados días o estaciones del año. Para Europa central y sur, Littlefair recomienda el criterio holandés consistente en la insolación de, al menos, dos horas, en el punto central de ventanas durante el 19 de febrero para considerar adecuado su nivel de insolación. En la práctica, la mayor parte de los criterios de establecimiento de derechos solares se pueden materializar mediante la determinación y trazado de las envolventes solares. La envolvente solar de una parcela de terreno se define como el volumen al que el futuro edificio se debe ceñir para poder asegurar un adecuado soleamiento en todos los adyacentes. De esta manera, los derechos al sol de una parcela se traducen en una limitación constructiva para las vecinas. Salvo en casos sencillos, para los cuales Etzion (1988) expone una técnica basada en un análisis geométrico y una definición analítica de los límites de un obstáculo que se interpone entre el sol y el emplazamiento cuyo acceso solar se pretende evaluar. La barrera será tal que permita el acceso solar en cualquier momento de cualquier día del año. Este método requiere unos cálculos muy sencillos, sobre todo cuando se trata de geometrías básicas. En entornos más complejos será difícil la simulación geométrica necesaria, la determinación de las envolventes requieren programas informáticos específicos que puedan modelar la geometría del terreno y de los edificios colindantes. Knowles (2003) plantea el concepto de envolvente solar de una forma extendida. Desde los tiempos precolombinos se pueden encontrar ejemplos de construcciones que se basan en el concepto de envolvente solar para asegurar el acceso al sol en los períodos invernales, un caso representativo es el Pueblo Acoma, cerca de Albuquerque (USA), que empleaban una disposición en terrazas. Desde esta época remota hasta nuestros días es posible encontrar numerosos ejemplos de técnicas constructivas que tienen en cuenta este concepto. Es una interpretación más allá del aseguramiento de un número de horas de sol no bloqueadas por las construcciones adyacentes, como una posibilidad de proyectar el ciclo solar natural sobre los entornos urbanos. Morello (2009) presenta el modelo Sunscapes basado en un modelo digital del

terreno raster. A pesar de la evolución de los métodos numéricos, el cálculo de la envolvente solar en entornos urbanos complejos se presenta como una tarea que requiere recursos computacionales muy elevados, aún empleando herramientas CAD convencionales. Sunscape supone una simplificación del cálculo al emplear modelos digitales de elevación. El algoritmo desarrollado es eficiente para la obtención del volumen sombreado, y a partir de este la envolvente solar, la envolvente de derechos solares y la colección de envolventes solares. Además plantea un concepto extendido de la envolvente solar, las superficies isosolares. La envolvente solar de Knowles no contempla la ponderación de la hora solar en la que se produce la sombra, en esta interpretación se toma el modelo de cielo de Compagnon que divide la bóveda celeste en 145 sectores definidos por su altitud, azimut e irradiancia. Al aplicar el algoritmo proporciona superficies isosolares para cada valor de irradiancia. Otros autores han desarrollado modelos de radiación sobre la fachada del edificio, Sánchez de la Flor (2005) desarrolla un método basado en un cielo isotrópico para calcular la radiación total incidente sobre una fachada.

3.2.1. Trama urbana, edificios y ventanas.

Los estudios de accesibilidad solar admiten diferentes niveles: urbanístico o de relación entre edificios, de edificio, de apartamento y de ventana.

Múltiples estudios la abordan la exposición solar desde el punto de vista del desarrollo urbano. Shavid (1997) presentó el programa SHADING, una de las primeras aportaciones basadas en programas CAD para estudio de sombreado. El programa da resultados útiles para la resolución de disputas por derechos solares. El programa informático TOWNSCOPE (Teller y col. 2001) supone un avance, admite la entrada del modelo geométrico desde un archivo CAD y una aplicación de edición que permite añadir entidades. Las trayectorias solares se representan sobre proyecciones esféricas, tales como gnomónica, estereográfica, Lambert y ortogonal. Se descarta la proyección gnomónica debido a la ausencia de límites en la proyección, un punto puede proyectarse en el infinito, a diferencia de las otras tres. En particular, la proyección estereográfica es conforme, los ángulos se mantienen en la proyección y las curvas en la esfera se proyectan del mismo modo en el plano, por esto se trata de una opción especialmente

indicada para cuantificar el cielo visible sobre el plano sin excesiva distorsión respecto al modelo 3D. Para la evaluación de la radiación difusa se asume una luminancia isotrópica, bajo estas condiciones la proyección ortogonal es la más indicada. El factor de cielo se puede calcular sobre la proyección al mantenerse la relación de superficies entre el modelo y la proyección. Una mayor precisión el cálculo de la radiación difusa se obtiene mediante la utilización del cielo CIE Overcast, en el que la luminancia varía con la altura angular del punto según la expresión [3.38].

$$L_y = L_z (1+2\text{sen}\gamma)/3 \quad [3.38]$$

Donde:

L_y = Luminancia del cielo en un punto elevado γ respecto al horizonte

L_z = Luminancia del cielo en el cénit

γ = altitud angular sobre el horizonte

De la misma manera se puede evaluar la iluminancia sobre superficies inclinadas. TOWNSCOPE permite obtener el factor de cielo integrando la iluminancia sobre una proyección ortogonal sobre la que se han considerado las obstrucciones.

Seong y col. (2006) desarrollaron el programa HELIOS con objeto de estudiar las horas de insolación en el punto central de las ventanas de apartamentos. HELIOS maneja la geometría de todos los elementos que componen la ciudad, estructurando la información geométrica jerárquicamente estudiando trama urbana, edificio, planta, y habitaciones. Los métodos analizados son WALLDRAM y 3DShadow, en el primer caso se trata de la representación de las trayectorias solares sobre la proyección cilíndrica de la bóveda celeste y el segundo es un modelo tridimensional del terreno en el que se obtienen las sombras debidas a los obstáculos. El programa HELIOS consta de tres fases: preproceso, análisis y postproceso. El primer paso consiste en la introducción de la información geométrica de los edificios y los datos geográficos de partida la cual es jerarquizada en edificios, plantas y habitaciones, en la segunda fase usa el modelo WALLDRAM, al considerarlo más preciso y rápido que 3DShadow, para la determinación de las horas de sol en cada unidad analizada y por último, en la fase de postproceso se presentan los resultados en forma de tabla, gráfico o imagen. Los autores validan la aplicación comparando los resultados de estudios de sombreamiento realizados en campo con

predichos por HELIOS. Compagnon (2004) presenta una metodología encaminada a evaluar el potencial para la introducción en fachadas y cubiertas de sistemas de calefacción solar activos y pasivos, sistemas fotovoltaicos e iluminación natural. Para la simulación de la iluminancia emplea el software RADIANCE, el modelo tridimensional del edificio a evaluar se obtiene mediante un programa desarrollado a tal efecto en el que se introduce la geometría a partir de un archivo CAD tipo DXF, del mismo modo Kovach (1996) aplica este mismo software a la cuantificación de la influencia de las sombras al comportamiento de paneles fotovoltaicos sobre cubiertas o fachadas, Siraki (2012), a partir de la representación de las trayectorias solares en una representación cilíndrica define el coeficiente de sombra en una hora específica, K_{sh} , como valor relativo del tiempo que el punto objeto de estudio está totalmente sombreado. Para cada hora del día medio del mes se calcula dicho valor y se construye la tabla anual de coeficientes de sombra. Estos coeficientes se emplean en el cálculo de la radiación esperada sobre el colector considerando el efecto de todas las componentes de la radiación. Es por ello que el análisis numérico requiere previamente de la obtención de un modelo tridimensional del ámbito a estudiar. Una vez se dispone del modelo tridimensional introduce el concepto de rosa de orientación en la que se representa para cada azimut la superficie de fachada expuesta.

El ya mencionado programa Sunscapes, realizado por Morello puede ser considerado como un sistema de información geográfica dedicado a estudiar potencialidades de diferentes tramas urbanas.

Desde el punto de vista del edificio y su epidermis, fachadas y ventanas, el control de la exposición solar resulta fundamental para controlar las demandas energéticas relacionadas con la climatización y la iluminación. Alzoubi (2010) presenta un estudio donde interrelaciona los derechos solares con las necesidades de soleamiento en los meses fríos. Su trabajo realizado en fachadas orientadas al Sur permite cuantificar las ganancias caloríficas de éstas y por tanto los ahorros de calefacción. Pereira y col. (2001) realizan el balance de horas de insolación asignándole a cada hora del año un factor de ponderación que cuantifica la diferencia entre la temperatura de confort y la ambiente. Así factores positivos (negativos) ocurren cuando la temperatura de confort es superior (inferior) a la ambiental e indican una insolación deseable (indeseable). Ok (1992) calcula el efecto del sombreado sobre las necesidades térmicas construyendo el cono de sombra de

los edificios adyacentes, mientras que Budin (1983) desarrolla un método matemático para la determinación de las sombras sobre planos horizontales, verticales o inclinados, empleando coordenadas rectangulares.

La suma de factores de ponderación asociados a cada nivel de obstáculos expresa la calidad de la obstrucción en relación al confort térmico. Hiller y col. (2000) elaboraron el modelo TRNSHD para el estudio de insolación en paredes y aperturas. El programa no requiere la caracterización completa de los objetos adyacentes que puedan suponer una obstrucción al edificio de estudio. Las obstrucciones se caracterizan mediante las coordenadas de vértices de polígonos planos que suponen una obstrucción equivalente.

Múltiples trabajos dedicados al estudio de condiciones de confortabilidad en edificios han abordado el estudio de exposición de ventanas. Etzion (1992) propone un método basado en la carta estereográfica de trayectorias para estudiar la exposición solar de ventanas. Kabre (1999) presenta un completo estudio sobre insolación en ventanas. Propone una metodología para el diseño óptimo de protecciones solares que considerando pérdidas y ganancias en el periodo cálido y frío del año. Su estudio se limita a considerar el potencial de incidencia sin considerar los posibles sombreamientos de obstáculos remotos. Por otra parte, el exceso de insolación puede influir negativamente pues puede suponer una carga térmica a compensar mediante refrigeración o contribuir a que el deslumbramiento haga que la iluminación natural sea incómoda. Para corregir estos efectos se realizan estudios de disposición de protectores solares. Etzion (1992) propuso un método gráfico basado en la representación estereográfica de las trayectorias solares en la bóveda celeste para diseñar dispositivos de protección solar. Los diagramas de sombreamiento también han sido utilizados en algunos estudios para caracterizar el sombreamiento producido por diferentes tipos de árboles ornamentales sobre los edificios. Es interesante destacar que el sombreamiento no se ha de considerar un efecto necesariamente negativo, Papadakis (2001) evalúa la influencia sobre la demanda energética en refrigeración de una pantalla que proyecta sombra sobre la fachada de un edificio, en la misma línea Gómez-Muñoz y col. (2010) plantean una cuestión similar teniendo en cuenta la evolución de los árboles.

Quaschnig y col. (1998) plantean el cálculo de la irradiación sobre superficies sombreadas mediante un programa informático llamado SUNDI que resulta de fácil aplicación asumiendo una distribución isotrópica de la radiación difusa.

Offiong y col. (2004) desarrollan una aplicación informática en BASIC para la evaluación de la radiación disponible en ventanas dotadas de alguna solución de sombreado externo. Requiere la introducción de la geometría simplificada de la ventana y no contempla la influencia de obstáculos debido a edificios o vegetación cercana.

Los estudios revisados aportan una información muy valiosa acerca de criterios de confortabilidad y acceso al sol de ventanas y habitaciones. La mayoría de métodos propuestos son aplicables en la fase de diseño de edificios y ayudan a elegir las mejores alternativas. Sin embargo, para la realización de la auditoría energética en edificios se necesita determinar las variables de acceso solar para edificios en sus condiciones actuales. En la mayoría de edificios no se realizó estudio detallado de acceso solar. En otras ocasiones una auditoría encuentra cambios de condicionantes surgidos durante la vida del edificio, normalmente la construcción o demolición de otros edificios, configurando un problema diferente del existente inicialmente.

Los derechos solares se entienden de forma diversa en distintos lugares del mundo. Seong y col. (2006) llevan a cabo una revisión del concepto en lugares representativos, así en Europa y USA se entiende como el derecho de los ocupantes de un edificio a recibir una luz natural directa no obstruida por las construcciones cercanas, en el estado de Nuevo México (USA) es un derecho de propiedad sobre el recurso renovable para su utilización en emplazamientos donde se pueda instalar un colector solar, en Corea del Sur el concepto es más amplio y se asocia a la salud humana, productividad laboral, confort térmico y visual en edificios de uso residencial.

Quaschnig y col. (1998) plantean el cálculo de la irradiación sobre superficies sombreadas mediante un programa informático llamado SUNDI que resulta de fácil aplicación asumiendo una distribución isotrópica de la radiación difusa.

Offiong y col. (2004) desarrollan una aplicación informática en BASIC para la evaluación de la radiación disponible en ventanas dotadas de alguna solución de sombreado externo. Requiere la introducción de la geometría simplificada de la ventana y no contempla la influencia de obstáculos debido a edificios o vegetación cercana.

Los estudios revisados aportan una información muy valiosa acerca de criterios de confortabilidad y acceso al sol de ventanas y habitaciones. La mayoría de métodos propuestos son aplicables en la fase de diseño de edificios y ayudan a elegir las mejores

alternativas. Sin embargo, para la realización de la auditoría energética en edificios se necesita determinar las variables de acceso solar para edificios en sus condiciones actuales. En la mayoría de edificios no se realizó estudio detallado de acceso solar. En otras ocasiones la auditoría encuentra cambios de condicionantes surgidos durante la vida del edificio, normalmente la construcción o demolición de otros edificios, configurando un problema diferente del existente inicialmente.

3.3. La bóveda celeste.

Las representaciones de la bóveda celeste son elementos esenciales en la determinación de la disponibilidad del recurso solar. Cuando la bóveda se proyecta sobre una superficie plana y sobre ésta se representan las trayectorias solares se obtiene una carta solar.

Generalmente suelen representarse las trayectorias correspondientes a los días en que se producen las efemérides astronómicas de solsticios y equinoccios; que coinciden aproximadamente con los días 22 de los meses de diciembre, de marzo, de junio y de septiembre, como valores extremos. Es también habitual interpolar entre dichas trayectorias los días correspondientes al 22 de los meses intermedios, con el fin de dotar a las cartas de una cierta continuidad.

La identificación de la hora solar sobre una trayectoria concreta se lleva a cabo tomando el valor de las 12:00h solar, en el punto de la trayectoria que se encuentra sobre el meridiano del lugar, y midiendo desde dicho punto distancias angulares de 15º sexagesimales. Por los puntos así calculados pasan los meridianos horarios de la esfera celeste, que al ser proyectados junto con las trayectorias solares identifican por intersección con éstas las horas solares sobre cada trayectoria.

La obtención de la bóveda celeste para un punto se puede llevar a cabo mediante la caracterización del entorno utilizando un goniómetro o bien mediante la captación de imágenes fotográficas. Teller (2001) representa las trayectorias solares sobre proyecciones esféricas, tales como gnomónica, estereográfica, Lambert y ortogonal. Descarta la proyección gnomónica debido a la ausencia de límites en la proyección, un punto puede proyectarse en el infinito, a diferencia de las otras tres. En particular, la proyección estereográfica es conforme, los ángulos se mantienen en la proyección y las

curvas en la esfera se proyectan del mismo modo en el plano, por esto se trata de una opción especialmente indicada para cuantificar el cielo visible sobre el plano sin excesiva distorsión respecto al modelo 3D. Para la evaluación de la radiación difusa se asume una luminancia isotrópica, bajo estas condiciones la proyección ortogonal es la más indicada. El factor de cielo se puede calcular sobre la proyección al mantenerse la relación de superficies entre el modelo y la proyección. James (1977) presenta el Globoscopia como una herramienta útil para la determinación de los ortos y ocasos en un emplazamiento, para cualquier día del año. Este dispositivo fue desarrollado por el arquitecto sueco Gunnar Pleijel y se basa en un conjunto de lentes que proyectan sobre una cámara fotográfica la imagen obtenida en un espejo parabólico convexo. Obtiene una proyección estereográfica sobre la que representar las trayectorias solares de forma manual. Se trata de un dispositivo óptico que permite obtener directamente imágenes estereográficas a partir de la reflexión de la bóveda sobre un espejo parabólico. Resulta muy interesante la obtención de la bóveda celeste mediante un dispositivo óptico, de este modo se simplifica notablemente el proceso de generación de la bóveda obstruida. Hu (2009) escribe una metodología para la medida de la forma tridimensional de la cobertura vegetal (TSCG) basada en dos fotografías hemisféricas verticales separadas (THP) utilizando lentes hemisféricas que proporcionan una proyección polar. Tomando dos fotografías a distintas alturas se obtiene una representación de la bóveda celeste sobre la que representan 18 meridianos y 6 paralelos. La proyección de la lente no es perfecta y por tanto se somete a una corrección basada en una correlación entre la altura real y en la proyección. La precisión depende de la resolución de las fotografías y la calidad del procesado, requiriendo la toma de imágenes “during still and overcast weather with high brightness”. Ramírez (2005) presenta un prototipo para la adquisición de imágenes de la bóveda celeste, basado en un espejo hemisférico convexo y una cámara fotográfica digital. Las imágenes obtenidas se procesan para obtener una proyección estereográfica sobre la cual se representan las trayectorias solares. Una aplicación informática, específicamente desarrollada, permite definir el horizonte verdadero, resultado de las obstrucciones existentes. Una vez analizadas las trayectorias solares se obtienen los ortos y ocasos verdaderos, en definitiva la influencia de las obstrucciones en la radiación disponible en el emplazamiento. Esta herramienta se ha utilizado en este trabajo para la obtención de las imágenes de la bóveda celeste. Cellura y col. (2005) desarrollan una solución basada en la captación de imágenes fotográficas sobre la que se representa la

trayectoria solar. La fotografía ha de tomarse de manera que el horizonte quede horizontal y se han de calcular tres ángulos, altitud angular de un punto genérico, ángulo de inclinación del plano de la fotografía y azimut de la visual central. Este método evita la generación de la envolvente del área de estudio, si bien requiere la utilización de dispositivos de medida angular para la obtención de los ángulos citados.

Otras herramientas informáticas tratan de cuantificar la influencia del sombreado, Heidt y col. (1998) desarrollan el programa SOMBRERO, para una superficie elemental calcula el factor de visión de la bóveda celeste, como el cociente entre la radiación recibida y la que se recibiría en ausencia de obstáculos. Requiere la introducción de numerosos datos de partida y solo admite figuras geométricas elementales. Swiss Federal Office of Energy elaboró el programa METEONORM, a partir de una imagen cilíndrica del horizonte se representan las trayectorias solares para cada día y se calculan ortos y ocasos.

En la obtención de imágenes de la bóveda celeste ajustadas a una proyección polar se han utilizado lentes de ojo de pez, si bien Herbert (1987) expuso la influencia de pequeñas imperfecciones en una lente de ojo de pez en el resultado de la proyección obtenida. Se producen distorsiones significativas en la proyección polar perdiéndose la equivalencia entre el ángulo sólido y el área en la imagen plana.



Figura 6. Software Meteonorm.

La representación de las trayectorias solares sobre la imagen de la bóveda celeste permite la cuantificación de la influencia de los obstáculos sobre la radiación disponible en un emplazamiento. De este modo se desarrollan metodologías orientadas a la

determinación de la iluminancia en dependencias de edificios y a la modelización del comportamiento térmico de los edificios, teniendo en cuenta la afectación debida al sombreado. Budin (1982) formula un procedimiento matemático para el cálculo de las sombras sobre una superficie, define un sistema de referencia tridimensional con un eje coincidente con el cenit y dos ejes sobre el plano del horizonte, un eje al este y otro al norte. En este sistema de referencia los rayos solares vienen dados por el vector solar, en función de w , ángulo solar horario, ϕ , latitud y δ , declinación.

$$v_s = \begin{pmatrix} \cos w \cos \phi \cos \delta + \sin \phi \sin \delta \\ \sin w \cos \delta \\ -\cos w \sin \phi \cos \delta + \cos \phi \sin \delta \end{pmatrix} \quad [3.40]$$

El plano de trabajo π que pasa por el origen de coordenadas se caracteriza por dos ángulos, ξ , elevación y α , azimut. El vector normal al plano es $v_n = (\cos \xi, \sin \alpha \sin \xi, -\cos \alpha \sin \xi)$ y $x=(x_1, x_2, x_3)^t$ el vector de posición de un punto A. La sombra de A sobre el plano π se obtiene como la intersección de una recta colineal con v_s y dicho plano. Para simplificar los cálculos, sobre todo numéricos, propone un nuevo sistema de referencia en el que x_1 sea normal al plano de proyección. La matriz de transformación, A, que verifica $y = Ax$ es:

$$A = \begin{pmatrix} \cos \xi & \sin \alpha \sin \xi & -\cos \alpha \sin \xi \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ \sin \xi & -\cos \xi \sin \alpha & \cos \xi \cos \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1^t \\ a_2^t \\ a_3^t \end{pmatrix} \quad [3.41]$$

Los diagramas producidos en el plano tendrán coordenada $y_1 = 0$. Resuelve el diagrama de sombras debido a un punto aislado en tres casos particulares: superficie horizontal, superficie inclinada orientada al sur y superficie vertical orientada al sur. Estas proyecciones polares permiten el análisis de las sombras debidas a geometrías complejas al preservarse las propiedades de la métrica Euclídea.

Shavid (1997) desarrolla una herramienta informática denominada SHADING para la obtención de la ratio entre superficies sombreadas y totales. La aplicación genera un modelo de datos para un período horario, mensual o estacional. Posteriormente, se puede hacer un análisis visual cualitativo mediante el software ISM. El análisis cuantitativo se basa en la generación de dos proyecciones ortogonales desde el foco solar, en la primera se incluyen todos los elementos que proyectan sombras y en la segunda se obvian. La ratio es el cociente entre el área insolada y la total. El punto de

partida del análisis es una representación tridimensional de los elementos objeto de estudio, por lo que se requiere una labor cartográfica precisa para la obtención de resultados precisos. Pereira y col. (2001) adopta un método gráfico llamado MascaraW, sobre una proyección estereográfica representa las trayectorias solares sobre las que se asignan valores ponderados en cada sector, positivos o negativos dependiendo de la época, finalmente la suma de los coeficientes proporciona la calidad de la obstrucción relativa al rendimiento térmico. Seong y col. (2006) presentan el sistema HELIOS en el que analizan las opciones WALLDRAM y 3DShadow, en el primer caso se trata de la representación de las trayectorias solares sobre la proyección cilíndrica de la bóveda celeste y el segundo es un modelo tridimensional del terreno en el que se obtienen las sombras debidas a los obstáculos. El sistema HELIOS consta de tres fases: preproceso, análisis y postproceso. El primer paso consiste en la introducción de la información geométrica de los edificios y los datos geográficos de partida la cual es

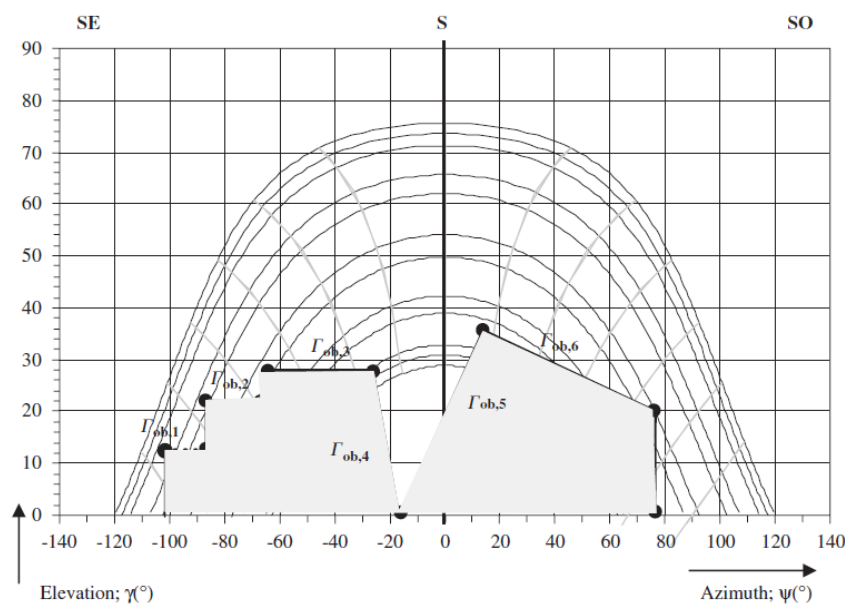


Figura 7. Software HELIOS.

jerarquizada en edificios, plantas y habitaciones, en la segunda fase usa el modelo WALLDRAM, al considerarlo más preciso y rápido que 3DShadow, para la determinación de las horas de sol en cada unidad analizada y por último, en la fase de postproceso se presentan los resultados en forma de tabla, gráfico o imagen. Drift y col. (2007) plantean la problemática del sombreado sobre los generadores fotovoltaicos integrados arquitectónicamente, causante de una pérdida de producción por disminución de la radiación directa disponible y de problemas en los paneles por la heterogeneidad de la

irradiancia. Para la determinación del factor de sombra utiliza la proyección cilíndrica sobre la que se representan las trayectorias solares y los obstáculos. Los obstáculos se caracterizan mediante sus coordenadas topográficas. Esta técnica es sencilla si bien requiere un trabajo de campo laborioso con el fin de caracterizar geométricamente los obstáculos que afectan la insolación sobre el emplazamiento objeto de estudio. Cascone y col. (2011) introducen una metodología de cálculo del factor de sombra en entornos complejos. El algoritmo de cálculo se implementa en el entorno MATLAB, admitiendo la introducción de la geometría desde archivos DXF. El factor de sombra medio para un período se define como la relación entre la radiación global, $H_{t,s}$, sobre una superficie sombreada y la que tendría en ausencia de sombras, H_t .

$$F_S = \frac{H_{t,s}}{H_t} \quad [3.42]$$

Distinguen los factores de sombra correspondientes a la radiación directa y difusa. Para el cálculo de los valores medios se toman los días medios del mes, expresando los resultados de la simulación en gráficos irradiancia-tiempo.

Una de las aplicaciones más relevantes a partir de las cartas solares consiste en la determinación de la iluminancia en el interior de edificios. La evaluación del rendimiento visual y energético proporcionado por la disponibilidad de radiación requiere un método preciso para cuantificar la cantidad total de radiación que entra en un edificio Li (2006). La iluminancia, en el interior de una dependencia, motivada por la luz natural, está condicionada por la luminancia y los patrones de cielo visible desde la ventana. Este trabajo propone el coeficiente de iluminación natural como un concepto que, al contemplar los cambios en el cielo visible desde la ventana, ofrece una alternativa más efectiva para su aplicación a los métodos computacionales. CIE (International Commission on Illumination), adoptaron como estándar de cielos los 15 modelos propuestos por Kittler y col. Este trabajo propone un método gráfico para el cálculo de la iluminancia interior usando el coeficiente de luz natural para el cielo claro. Se presentan los resultados en un nomograma y una representación de Walldram (representación cilíndrica). El coeficiente de iluminación natural relaciona la distribución de luminancia en el cielo y la iluminancia en un punto de una habitación, se calcula como:

$$D_{\theta\phi} = \frac{\Delta E_{\theta\phi}}{L_{\theta\phi} \Delta S_{\theta\phi}} \quad [3.43]$$

$\Delta E_{\theta\phi}$ = Iluminancia en un punto de la habitación producida por una pequeña porción de cielo de elevación θ y azimut ϕ (lux).

$L_{\theta\phi}$ = Luminancia del elemento de cielo (cd/m²).

$\Delta S_{\theta\phi}$ = Tamaño angular del elemento de cielo (sr).

La iluminancia total en un punto se obtiene:

$$E = \iint D_{\theta\phi} L_{\theta\phi} \Delta S_{\theta\phi} \quad [3.44]$$

Los 15 cielos CIE comprenden 5 cielos claros, 5 cubiertos y 5 intermedios. La distribución de la luminancia se caracteriza por la relación entre cada punto, definido por su elevación respecto al horizonte y la distancia angular respecto al Sol. Así:

$$\frac{L}{L_z} = \frac{f(X)\phi(Z)}{f(Z_s)\phi(0^\circ)} \quad [3.45]$$

L = Luminancia en un punto arbitrario del cielo (cd/m²)

L_z = Luminancia en el cenit (cd/m²)

$f(X)$ = Función indicatriz

$\phi(Z)$ = Función de gradación

Con Z azimut del punto, Z_s azimut del Sol y X ángulo entre el elemento de cielo y el Sol.

La función de gradación viene dada por:

$$\frac{\phi(Z)}{\phi(0^\circ)} = \frac{1+ae^{b/\cos Z}}{1+ae^b} \quad [3.46]$$

Mientras que la indicatriz respecto al ángulo de dispersión puede ser modelada por una función exponencial con tres coeficientes:

$$\frac{f(X)}{f(Z_s)} = \frac{1+c[e^{dX}-e^{d\pi/2}]+e\cos^2 X}{1+c[e^{dZ_s}-e^{d\pi/2}]+e\cos^2 Z_s} \quad [3.47]$$

El ángulo de dispersión con la siguiente fórmula:

$$X = \arccos (\cos Z_s \cos Z + \sin Z_s \sin Z \cos (\phi-\phi_s)) \quad [3.48]$$

Donde ϕ_s es el azimut del Sol.

En la tabla adjunta se muestran los valores de los coeficientes para los 15 cielos estándares CIE.

No.	Type of sky	For gradation		For indicatrix		
		a	b	c	d	e
1	Overcast with the steep gradation and azimuthal uniform	4	-0.7	0	-1	0
2	Overcast with a steep gradation and slight brightening toward sun	4	-0.7	2	-1.5	0.15
3	Overcast moderately gradated, azimuthal uniformity	1.1	-0.8	0	-1	0
4	Overcast moderately gradated and slightly brightening toward sun	1.1	-0.8	2	-1.5	0.15
5	Overcast or cloudy with overall uniformity	0	-1	0	-1	0
6	Partly cloudy with a uniform gradation and slight brightening toward sun	0	-1	2	-1.5	0.15
7	Partly cloudy with a brighter circumsolar effect and uniform gradation	0	-1	5	-2.5	0.3
8	Partly cloudy, rather uniform with a clear solar corona	0	-1	10	-3	0.45
9	Partly cloudy with a shaded sun position	-1	-0.55	2	-1.5	0.15
10	Partly cloudy with brighter circumsolar effect	-1	-0.55	5	-2.5	0.3
11	White-blue sky with a clear solar corona	-1	-0.55	10	-3	0.45
12	Very clear/unturbid with a clear solar corona	-1	-0.32	10	-3	0.45
13	Cloudless polluted with a broader solar corona	-1	-0.32	16	-3	0.3
14	Cloudless turbid with a broader solar corona	-1	-0.15	16	-3	0.3
15	White-blue sky, turbid with a wide solar corona effect	-1	-0.15	24	-2.8	0.15

Tabla 1. Parámetros de los cielos CIE.

Li y col. Consideran un cielo claro, sin obstrucciones, para calcular la luz natural directa y reflejada sobre un punto del interior de un edificio. El coeficiente de iluminación natural sobre una superficie horizontal proporcionado por un elemento de cielo no obstruido viene dado por la función seno del ángulo de elevación. La integración mediante un método numérico es demasiado lenta, al discretizar los elementos de cielo obtiene un tamaño óptimo de la porción elemental de 0,2 radianes (11,5°), divide por tanto al hemisferio celeste en 145 sectores angulares.

En emplazamientos con una significativa iluminancia debida a la luz natural, el aprovechamiento de la misma en coordinación con los sistemas de iluminación artificial puede proporcionar un elevado ahorro energético Li (2005). La predicción de la iluminancia natural utilizando el coeficiente de iluminación natural mediante el software RADIANCE proporciona una exactitud aceptable en condiciones de predominio de la componente difusa y de altos valores de radiación directa, sin embargo en situaciones de baja iluminancia directa (<4000lx) la iluminancia era subestimada. La aplicación práctica de esta metodología se llevó a cabo en un corredor orientado al noroeste de la Ciudad Universitaria de Hong Kong, en el cual se instalaron dos fotosensores que cerraban un lazo sobre un controlador dimable que a su vez actúa sobre los balastos electrónicos de las lámparas fluorescentes. En una revisión posterior Li (2010) controla la iluminación artificial para el máximo aprovechamiento de la luz natural se puede plantear de dos formas bien distintas: ON/OFF y regulación continua. En el primer caso, el autor expone

una metodología basada en el mantenimiento de una iluminancia en el plano de trabajo. Para evitar sucesivos encendidos y apagados en condiciones de luminancia cambiantes, introduce dos niveles de referencia y una temporización. Para determinar el ahorro energético obtenido con esta práctica propone la utilización de la frecuencia acumulada de las curvas de brillo de las luminarias. En el caso de los balastos dimables se evalúan dos alternativas de frecuencia: frecuencia fundamental y alta frecuencia. En el primer, caso el flujo de la lámpara es proporcional a la potencia eléctrica consumida. Si la iluminancia debida a la luz natural supera la iluminancia requerida la potencia consumida será nula. La expresión siguiente cuantifica la fracción anual de las horas de trabajo que son cubiertas por la iluminación natural (F_t):

$$F_t = F_0 + (1-F_b)(I_0/E_0) \quad [3.49]$$

Donde F_0 es la fracción anual cubierta por la iluminación natural, F_b es la fracción correspondiente a la potencia consumida por lámparas y balastos, I_0 es sumatorio de los productos de la frecuencia y su iluminancia en el punto medio de un intervalo hasta una iluminancia requerida (E_0). En el caso de balastos de alta frecuencia no es posible la regulación hasta el apagado al alcanzar el valor de iluminancia requerido, produciéndose un consumo residual, salvo que se incorporen sensores de presencia, interruptores horarios o un apagado manual. Para cuantificar el ahorro en esta variante introduce dos conceptos, la mínima luz de salida (R_f) y su correspondiente fracción de potencia demandada (R_w). En los períodos ($1-R_f$) en los que la iluminancia natural en el plano de trabajo (E_{in}) excede la iluminancia de diseño (E_{des}), la fracción de energía ahorrada es $F_s = 1-R_w$. Cuando E_{in} es menor que E_{des} :

$$F_s = \frac{(1-R_w)E_{in}}{(1-R_f)E_{des}} \quad [3.50]$$

El ahorro de energía eléctrica (E_{sav}) viene dado por:

$$E_{sav} = LPD \times A_f \times F_s \times T \quad [3.51]$$

Con LPD densidad de potencia instalada (W/m^2), A_f área del habitáculo y T número de horas de operación.

Para la determinación de la iluminancia debida a la radiación solar se ha generalizado el uso del factor de luz natural (DF) tomado como patrón de cielo el tipo “overcast”, en el

que la radiación directa es nula. Li (2010) presenta una metodología basada en que el DF no es suficientemente flexible para su aplicación en condiciones de cielo cambiantes. En el caso de edificios altos en zonas urbanas densamente ocupadas, el bloqueo de la radiación directa juega un papel fundamental en el comportamiento térmico y de confort visual. La iluminancia en un plano vertical (E_v) comprende la luz que proviene directamente del Sol y el cielo y la componente reflejada por los edificios cercanos y el suelo.

$$E_v = E_d + E_{rb} + E_{rg} \quad [3.52]$$

Al considerar la luminancia de los elementos externos se plantea el cálculo como la suma de la iluminancia debida a todos ellos. La consideración de las zonas discretas propuestas por Tregenza simplifica el cálculo numérico y proporciona una precisión suficiente.

$$E_v = \sum_i L_{\alpha\gamma_i} \cos^2(\gamma - \gamma_n) \delta\alpha_i \delta\gamma_i \quad [3.53]$$

Donde $L_{\alpha\gamma}$ es la luminancia de los elementos a una altitud α y un azimut γ , expresada en cd/m^2 , y γ_n es el azimut de la normal a la superficie vertical.

Tratando de superar los métodos que calculan la irradiación en un punto Mardaljevic (2003) presenta un método para la determinación de la irradiación incidente sobre fachadas en entornos urbanos, basado la utilización de modelos de cielos realistas, no isotrópicos, se trata de un nuevo enfoque denominado ICUE. Es una herramienta informática que toma 179 posiciones solares para un análisis subhorario de la irradiación.

La introducción de nuevos obstáculos genera nuevas sombras y por tanto variación de la irradiación. Para evaluar la influencia de cada nuevo obstáculo, ICUE dispone de una herramienta denominada “mapeo de la diferencia”, consistente en la evaluación de la situación antes y después del nuevo obstáculo, cuantificando la influencia del nuevo obstáculo por diferencia de irradiación entre las dos situaciones.

En esta misma línea, Pérez-Burgos y col. (2010) lleva a cabo un estudio exhaustivo de la variación de la iluminancia en superficies verticales y horizontales a lo largo de un día y anualmente. Las superficies sombreadas se ven afectadas por la radiación difusa procedente de la bóveda visual así como por la componente reflejada. Estos valores son más homogéneos al no verse afectados por la variabilidad climatológica respecto a la luz solar directa, por tanto son más fiables de cara a la elaboración de proyectos de

iluminación natural. Mediante la medición extendida llega a una expresión empírica que relaciona la iluminancia sobre el plano vertical dependiendo de la iluminancia sobre el plano horizontal y el ángulo de elevación solar:

$$\frac{L_V}{L_H} = 0,109 \operatorname{sen}(\alpha)^{-0,6777} \quad [3.54]$$

Las herramientas informáticas utilizadas por los diseñadores de instalaciones de iluminación interior no contemplan la influencia de la iluminación natural en las iluminancias calculadas. Kobaj (2005) sustituye las ventanas verticales por fuentes de luz natural. La caracterización de estas fuentes de luz natural requiere una fotometría similar a la de una luminaria convencional. Para solucionar esta cuestión toman 7 planos verticales (0°, 10°, 45°, 90°, 135°, 170° y 180°) dentro de cada uno de los cuales se establecen 19 ángulos de elevación. En total, 133 direcciones con una intensidad luminosa asignada. El programa tiene dos módulos, el primero, denominado SUN, simula las trayectorias solares asignando a cada instante un azimut y ángulo de elevación. El segundo módulo, llamado SKY, calcula un patrón de luminancias a partir de la posición solar y el modelo CIE seleccionado.

El aprovechamiento de la luz natural es un factor que influye en el comportamiento energético de los edificios, en el edificio Komtar, construido en Penang (Malasia) entre 1974 y 1986, Fadzil y col. (2004) llevan a cabo un estudio sobre la caracterización de la luz natural en relación a la profundidad de los espacios, empleando el software SUNTOOL.

La aparición de las cámaras fotográficas CCD (dispositivo de carga acoplada) en combinación con objetivos gran angular supone una alternativa para la determinación de la distribución de la luminancia sobre la bóveda celeste frente a los tradicionales fotogoniómetros, Andersen (2001) construye un fotogoniómetro bidireccional basado en CCD con buenos resultados, Bellia y col. (2002) construyen un fotómetro basado en una videocámara CCD que solo precisa la captación de imágenes instantáneas para elaborar mapas de luminancia relativa. Otro ejemplo de adaptación de la utilización de fotografía digital para la obtención de la bóveda celeste es el dispositivo presentado por Skiba y col. (2000). Wienold (2006) también emplea fotografía digital para evaluar la radiación directa disponible en función de los edificios adyacentes.

Rossini (2007) desarrolla una metodología para la obtención de un mapa de distribución de luminancias sobre la bóveda celeste a partir de las imágenes obtenidas con una cámara CCD dotada de un gran angular. En la misma línea, Cellura y col. (2012) plantean una solución basada en la captación de imágenes fotográficas sobre las que se trazan las trayectoria solares, la fotografía ha de tomarse de manera que el horizonte quede horizontal y se han de calcular tres ángulos, altitud angular de un punto genérico, ángulo de inclinación del plano de la fotografía y azimuth de la visual central. Este método evita la generación de la envolvente del área de estudio, si bien requiere la utilización de dispositivos de medida angular para la obtención de los ángulos citados.

También basados en la utilización de cámaras CCD se han desarrollado dispositivos para la medida de la luminancia relativa, Bellia (2002), y fotogoniómetros bidireccionales, Andersen (2001).

3.4. Proyecciones en las cartas solares.

La representación de la bóveda celeste y de las trayectorias solares precisa la conversión de una semiesfera en un plano. Existen una serie de proyecciones ampliamente utilizadas, cada una de las cuales presenta propiedades particulares y en todos los casos conlleva una distorsión sobre la superficie primitiva.

3.4.1. Características de las proyecciones.

Las características fundamentales son:

1. Conformidad: Una proyección es conforme si se preservan los ángulos.
2. Equivalencia: Una proyección es equivalente o autálica cuando se mantienen las proporciones entre las áreas.
3. Equidistancia: Se conservan las distancias.

3.4.2. Clasificación de las proyecciones.

Son varios los criterios de clasificación:

Tipos de superficie de proyección: Las superficies de proyección serán desarrollables o planas. En el caso de las superficies desarrollables existen dos posibilidades: cónica y cilíndrica.

Orientación de la superficie de proyección: Así como la superficie de proyección es un parámetro importante, también lo es la orientación de dicha superficie con respecto al plano formado por el ecuador. En función de este criterio existen tres orientaciones principales:

- **Proyecciones Normales:** Cuando el eje de la superficie de proyección es normal (perpendicular) al plano del ecuador. En el caso de los planos, se toma como eje una recta perpendicular al mismo.
- **Proyecciones Transversas (o transversales):** En este caso el eje de la superficie de proyección es paralelo al plano del ecuador.
- **Proyecciones Oblicuas:** Cuando no se cumplen ninguno de los dos criterios anteriores.

Posición del punto de proyección: A menudo las líneas de proyección que se utilizan para construir las proyecciones parten de un punto común. Cuando esto es así, genera otra manera muy común de clasificar las proyecciones:

- **Proyecciones Estereográficas:** En estos casos, el origen está colocado en un punto de la superficie terrestre diametralmente opuesto al punto de tangencia del plano de proyección.
- **Proyecciones Gnomónicas:** El punto de origen de la proyección es el centro de la Tierra.
- **Proyecciones Ortogonales:** Son las proyecciones en donde el origen está situado fuera de la Tierra a una distancia infinita, por lo que las líneas de proyección son paralelas entre sí.
- **Proyecciones polares**
- **Proyecciones Lambert**

3.4.3. Proyección estereográfica.

La proyección estereográfica utiliza como centro de proyección un punto de una esfera y como plano de proyección uno tangente a un punto diametralmente opuesto al centro de proyección (ver Figura 8).

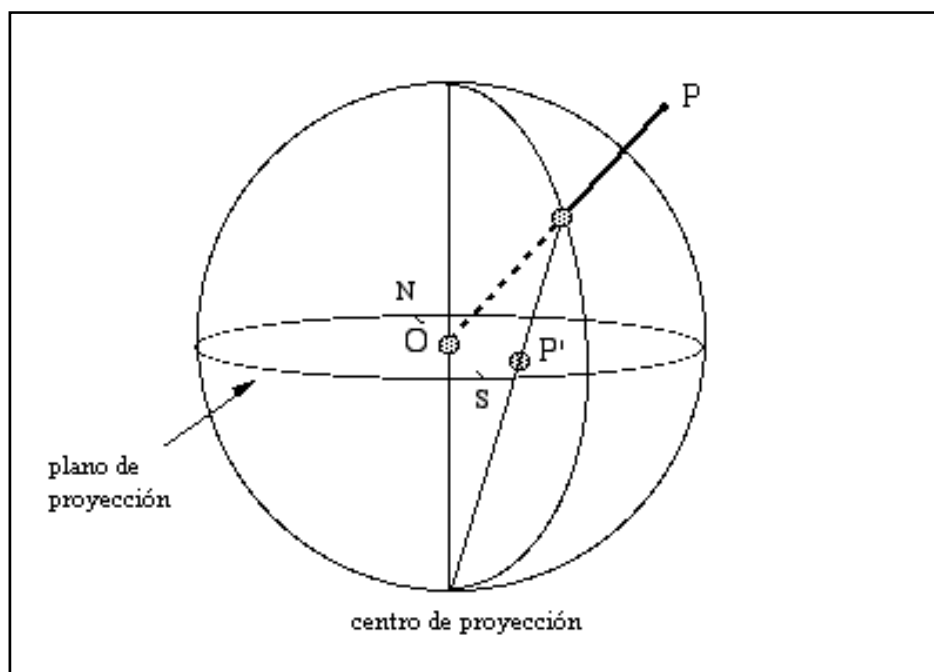


Figura 8. Obtención de la proyección estereográfica.

Las propiedades de esta proyección son:

- a) Las circunferencias situadas sobre la esfera son proyectadas como circunferencias, salvo las que pasan por el centro de proyección que lo hacen como rectas.
- b) Los ángulos formados por las curvas sobre la esfera se mantienen en las curvas proyectadas.
- c) Los giros efectuados por la esfera alrededor de un eje que pasa por el centro de proyección también tienen lugar sobre el plano alrededor del punto de tangencia con la esfera, manteniéndose el ángulo girado.

En el plano de proyección las coordenadas polares del punto P' (r, β) son:

$$(R (\sin \varphi) / (1 + \cos \varphi), \theta) \quad [3.55]$$

La proyección resultante se indica en la Figura 9.

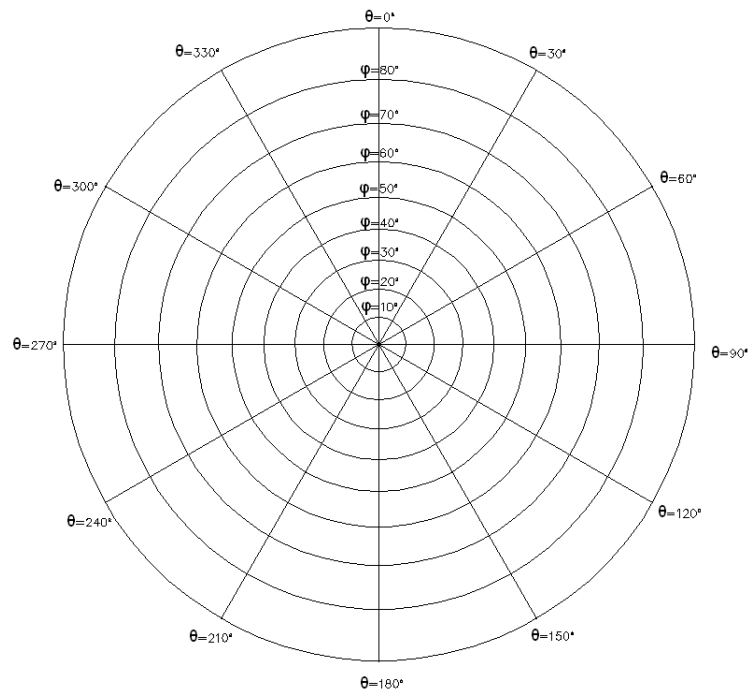


Figura 9. Proyección estereográfica.

3.4.4. Proyección gnomónica.

La proyección gnomónica utiliza como centro de proyección el centro de una esfera y como plano de proyección uno tangente a la misma. En particular resulta de interés la gnomónica polar en la que el plano de proyección se sitúa en un polo. Las propiedades de esta proyección son:

- a) Las circunferencias situadas sobre la esfera son proyectadas como circunferencias solo en el caso de los paralelos, careciendo el ecuador de proyección.
- b) Los ángulos formados por las curvas sobre la esfera no se conservan.
- c) Las circunferencias máximas sobre la esfera se proyectan como rectas.

Esta proyección coincide con la proporcionada por las cámaras fotográficas del tipo “pin hole”.

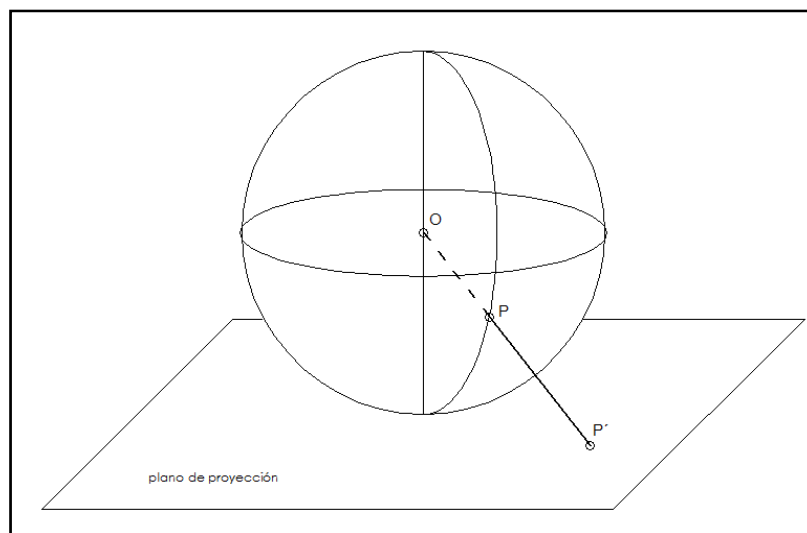


Figura 10. Obtención de la proyección gnomónica.

En el plano de proyección las coordenadas polares del punto P' (r, β) son:

$$(R \operatorname{tg} \varphi, \theta) \quad [3.56]$$

La proyección así obtenida da lugar a un plano infinito, si bien en la Figura 11 se muestra el resultado hasta un ángulo cenital de 50° .

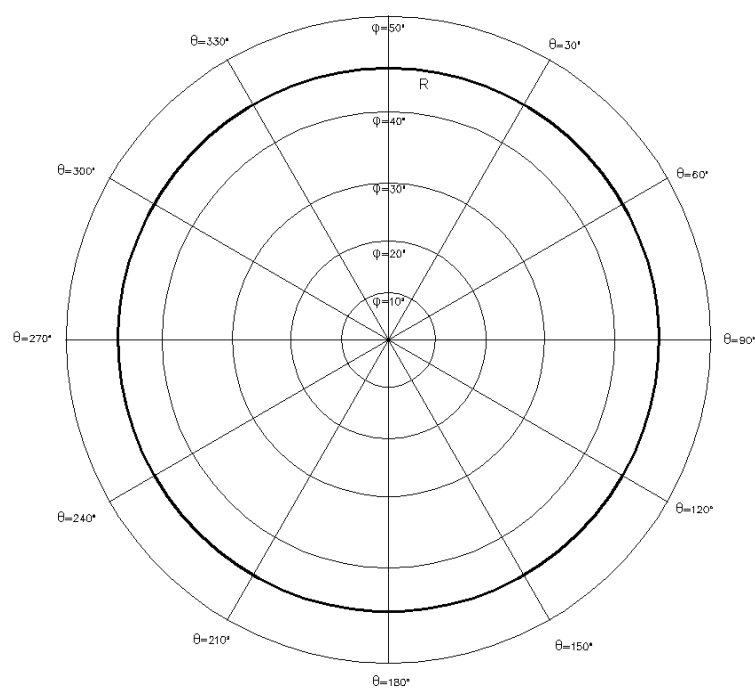


Figura 11. Proyección gnomónica.

3.4.5. Proyección ortogonal.

La proyección ortogonal utiliza como centro de proyección un punto situado en el infinito y como plano de proyección el plano ecuatorial (ver Figura 12). La analogía de Nusselt (1928) explica que la proyección ortogonal de la proyección estereográfica mantiene la relación entre superficies de igual al intercambio radiativo.

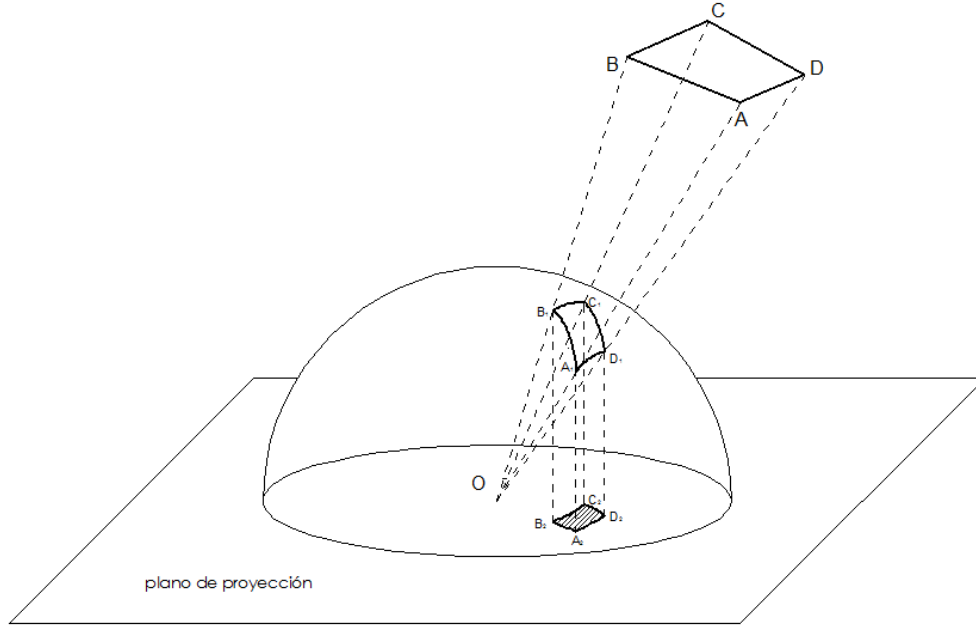


Figura 12. Proyección ortogonal de un sector de bóveda celeste.

Partiendo de dos superficies diferenciales dA_1 y dA_2 , donde la primera se considera emisora de un flujo radiativo, la segunda es receptora, dw es el ángulo sólido subtendido por el área dA_2 desde dA_1 . La energía radiante emitida por dA_1 que alcanza dA_2 vendrá dada por:

$$d^2q = \frac{I_1 \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 dA_2}{\pi r^2} dA_1 \quad [3.57]$$

Donde r es la distancia entre las superficies consideradas y φ_1 y φ_2 los ángulos de incidencia de los rayos sobre las superficies consideradas.

En función del ángulo sólido podemos escribir:

$$d^2q = \frac{I_1 \cos \varphi_1 dw}{\pi} dA_1 \quad [3.58]$$

Integrando sobre la superficie total del cuerpo de área A_2 , se obtiene:

$$dq = \frac{I_1 dA_1}{\pi} \int^{w_0} \cos \varphi_1 dw \quad [3.59]$$

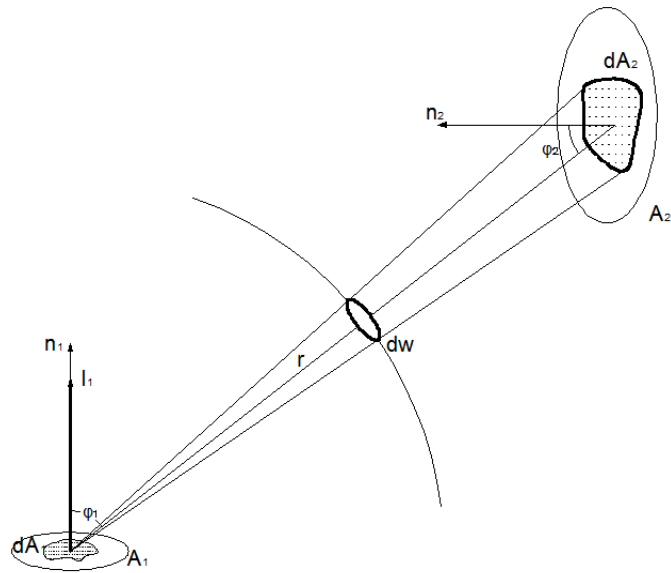


Figura 13. Intercambio radiativo entre superficies.

Donde la porción total del flujo emitido por el cuerpo 1 que alcanza el segundo cuerpo viene dada por:

$$\phi = \frac{1}{\pi} \int^{w_0} \cos \varphi_1 dw \quad [3.60]$$

Por tanto se demuestra que el factor de forma es proporcional a la proyección ortogonal de la proyección estereográfica.

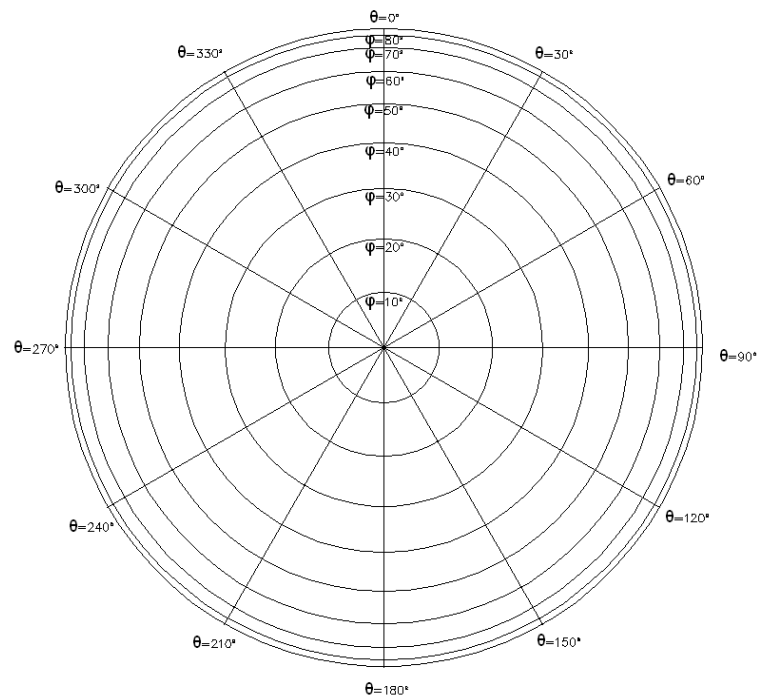


Figura 14. Proyección ortogonal de meridianos y paralelos.

En el plano de proyección las coordenadas polares del punto P' (r, θ) son:

$$(R \sin \varphi, \theta) \quad [3.61]$$

En la figura 14 se muestran los meridianos y paralelos proyectados ortogonalmente.

3.4.6. Proyección polar

Esta proyección es la más usada para la representación de las trayectorias solares, Oh (2000).

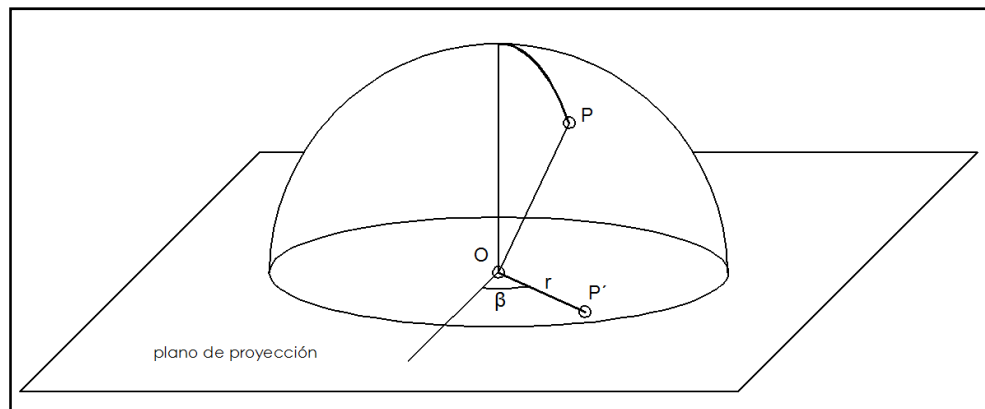


Figura 15. Proyección polar de un punto.

En el plano de proyección las coordenadas polares del punto P' (r, θ) son:

$$(R \varphi, \theta) \quad [3.62]$$

En la figura 16 se puede observar la proyección polar de meridianos y paralelos.

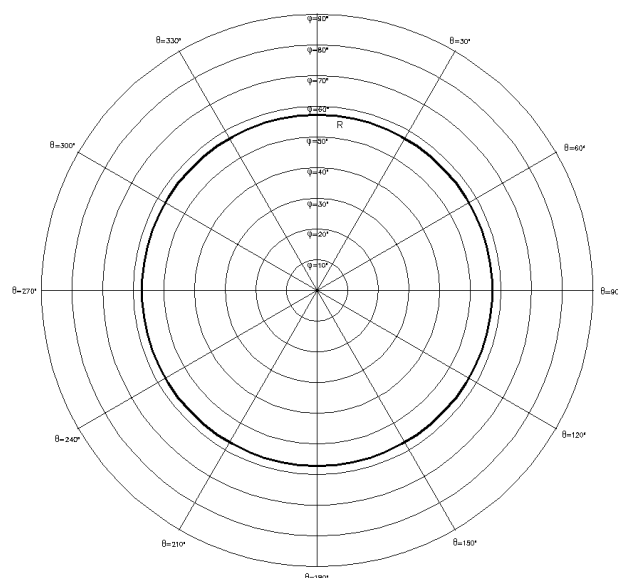


Figura 16. Proyección polar de meridianos y paralelos.

3.4.7. Proyección Lambert.

La principal propiedad de esta proyección es la conservación del área, en el caso de la bóveda celeste se conserva el ángulo sólido.

En el plano de proyección las coordenadas polares del punto P' (r, β) son:

$$(R\sqrt{2(1 - \cos\varphi)}, \theta) \quad [3.63]$$

En la figura 17 se puede observar la proyección polar de meridianos y paralelos.

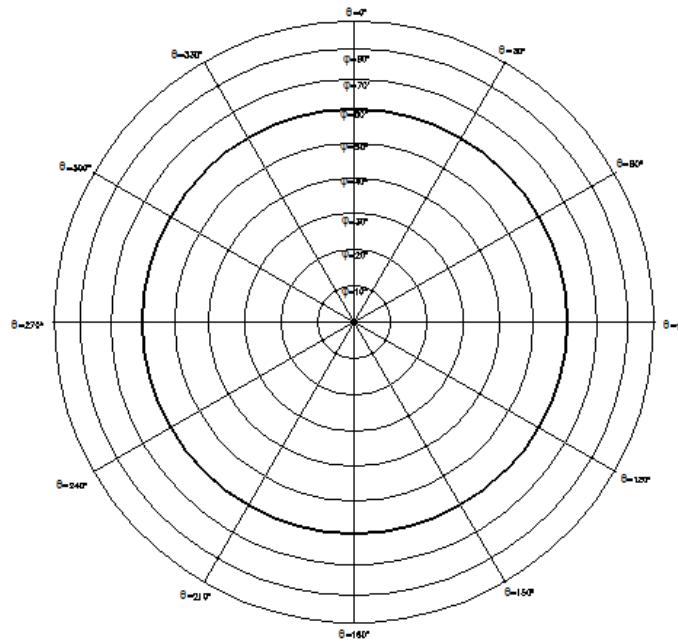


Figura 17. Proyección Lambert de meridianos y paralelos.

MATERIALES Y MÉTODOS

4. Materiales y Métodos.

En esta tesis se proponen una serie de proyecciones inéditas que transforman la bóveda celeste en una figura plana que se caracteriza por la relación entre la luminancia para un cielo CIE Overcast y la superficie de cielo vista. El procedimiento consta de tres etapas: captación de la bóveda celeste, aplicación de la proyección y evaluación de resultados.

La determinación de la propiedad citada en una superficie precisa de la resolución de una integral de superficie compleja tridimensional. En el punto 3.1 se expone el fundamento matemático de la transformación.

En cuanto a la obtención de la bóveda celeste, en este trabajo se ha utilizado un dispositivo desarrollado por el mismo autor, denominado LRTVD, el cual permite disponer de la bóveda celeste a partir de una imagen captada con una cámara fotográfica digital.

Una vez obtenida la imagen, se trata y se aplica la proyección empleando un programa informático desarrollado específicamente para este fin, se denomina LRTVS.

4.1. Análisis matemático.

4.1.1. Cambio de variables en integrales de superficie sobre cartas celestes.

A título de ejemplo, consideremos la integral de superficie dentro de un recinto romboidal incluido dentro de una carta cilíndrica de coordenadas x e y .

$$I = \iint_{R(xy)} (3x + 6y)^2 dA \quad [4.1]$$

En la Figura 18 se muestra la representación del dominio de integración $R(x,y)$ y las ecuaciones A, B, C y D consideradas para los límites de este ejemplo.

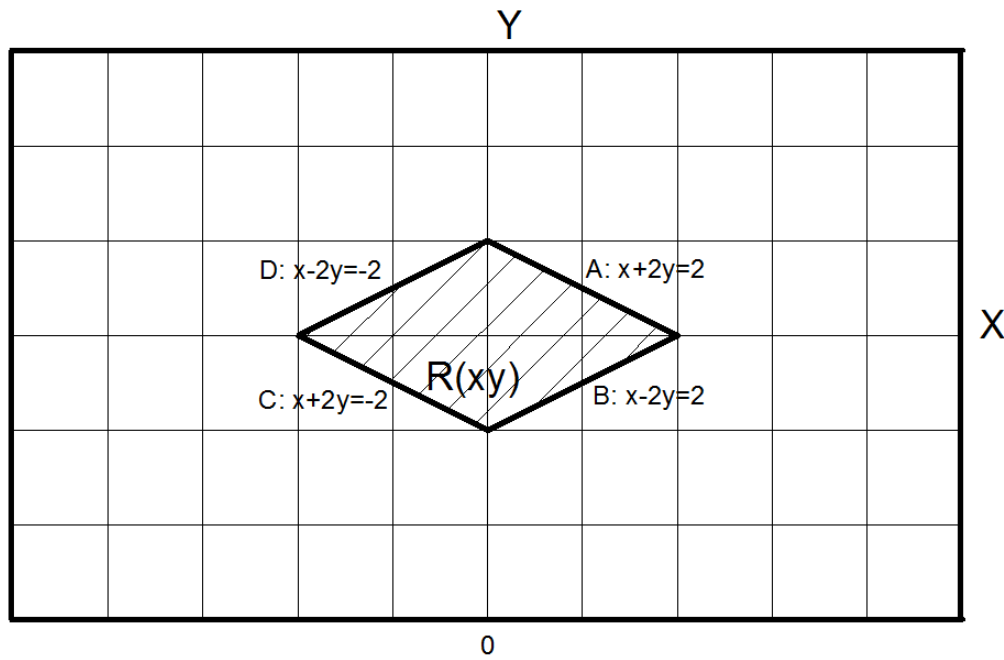


Figura 18. Carta cilíndrica.

Una primera posibilidad de determinación de I consiste en integrar primero respecto de la variable “ y ”, teniendo en cuenta que los intervalos de variación de “ y ” dependen de “ x ” del modo:

$$\text{Lado izquierdo} \quad \frac{x-2}{2} \leq y \leq \frac{2-x}{2} \quad 0 \leq x \leq 2 \quad [4.2]$$

$$\text{Lado derecho} \quad \frac{-x-2}{2} \leq y \leq \frac{x+2}{2} \quad -2 \leq x \leq 0 \quad [4.3]$$

Así, la conformación de los límites da lugar a la separación de la integral en dos intervalos para x :

$$I = \int_{-2}^0 \int_{-(2+x)/2}^{(x+2)/2} (3x + 6y)^2 dy dx + \int_0^2 \int_{(x-2)/2}^{(2-x)/2} (3x + 6y)^2 dy dx \quad [4.4]$$

En este sencillo ejemplo se observa la fuerte interrelación que normalmente existe entre el modus operandi y la conformación de los límites del dominio de integración. En esta tesis una de las hipótesis fundamentales es la existencia de cartas o transformaciones de variables que permitan simplificar la determinación de la propiedad I .

A continuación se expone la resolución de este ejemplo adoptando una nueva carta obtenida mediante la transformación de variables.

Normalmente, no existe una regla rápida y unívoca que permita identificar las nuevas variables del modo más adecuado. Para continuar con este ejemplo consideramos la transformación:

$$u = x + 2y \quad v = x - 2y \quad [4.5]$$

Cuya inversa es:

$$x = (u + v)/2 \quad y = (u - v)/4 \quad [4.6]$$

La Figura 19 muestra el espacio bidimensional u, v obtenido a partir de la transformación utilizada. Igualmente se muestran las transformadas de las líneas originales A, B, C y D (en este ejemplo la transformación lineal convierte los segmentos rectilíneos en segmentos rectilíneos),

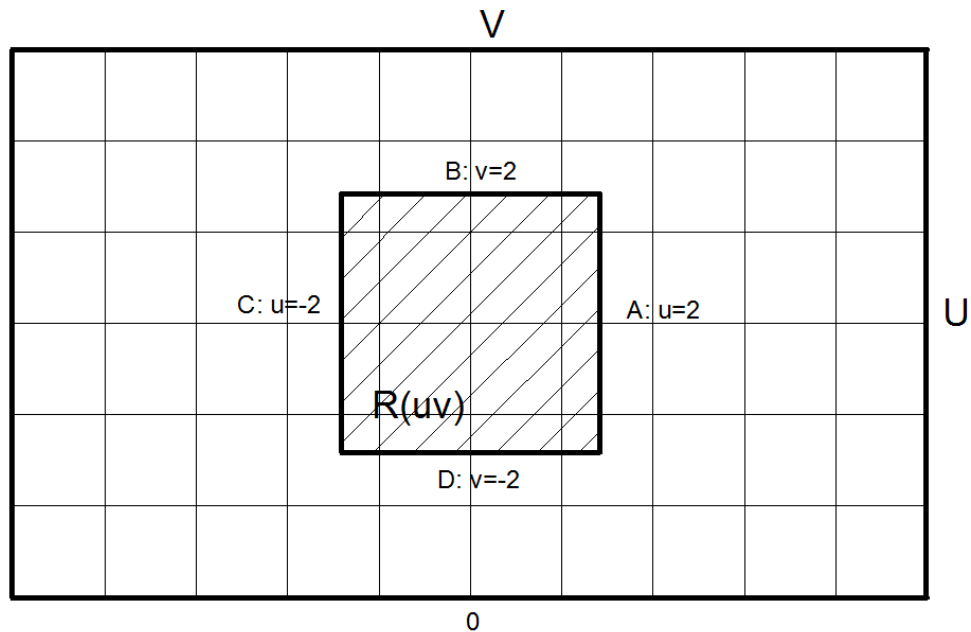


Figura 19. Carta cilíndrica transformada en uv .

En primera instancia podría pensarse que el nuevo integrando en u, v sería:

$$(3x + 6y)^2 = (3(u + v)/2 + 6(u - v)/4)^2 = 9u^2 \quad [4.7]$$

Si bien el dA correspondiente al espacio en u, v no es igual al correspondiente al x, y , por lo que se precisa encontrar la relación existente entre ambos integrandos.

4.1.1.1. Jacobiano de una transformación.

El Jacobiano es una función que relaciona las áreas infinitesimales del plano xy con las del uv . De hecho, en nuestro ejemplo podemos comprobar que la superficie R en uv equivale a 16 y en el plano xy a 4. Es fácil comprobar que:

$$I = \iint_{R(xy)} (3x + 6y)^2 dA \neq \iint_{R(uv)} 9u^2 dA \quad [4.8]$$

El concepto de Jacobiano surge al analizar la geometría asociada a una transformación:

$$x = f(u, v) \quad y = g(u, v) \quad [4.9]$$

Cuando se considera la transformación de un elemento diferencial en el plano uv (Figura 20).

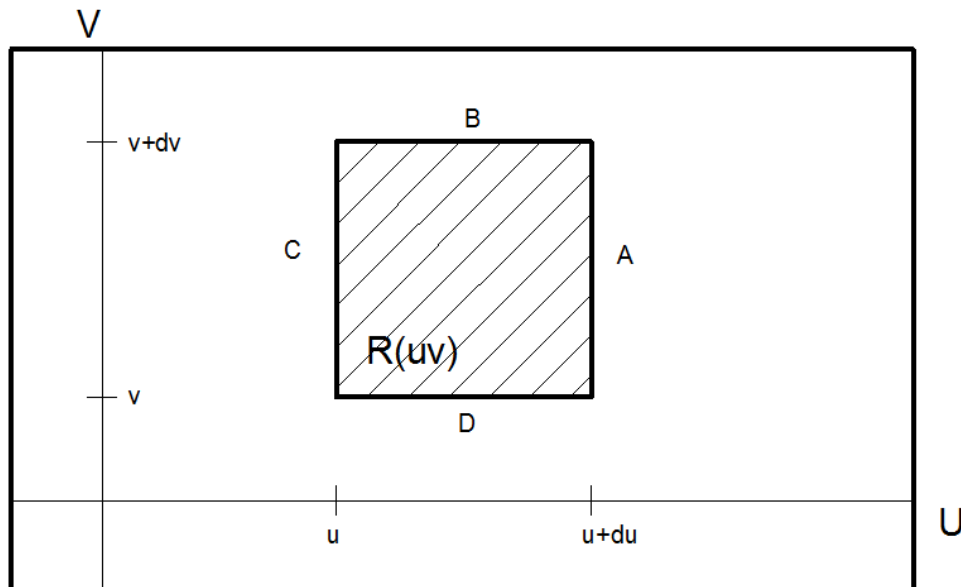


Figura 20. Elemento diferencial en uv .

Como los lados del elemento diferencial son segmentos de carácter diferencial, se puede asegurar que su transformada está formada también por diferenciales. El rectángulo diferencial se transformará en un paralelogramo.

Supongamos que el punto (u, v) se transforma en el punto $(x = f(u, v), y = g(u, v))$, el punto $(u+du, v)$, se transforma en el punto (series de Taylor):

$$f(u + du, v) = f(u, v) + f_u(u, v) du = x + f_u(u, v) du \quad [4.10]$$

$$g(u + du, v) = g(u, v) + g_u(u, v) du = y + g_u(u, v) du \quad [4.11]$$

Del mismo modo $(u, v + dv)$ se transforma en:

$$f(u, v + dv) = x + f_v(u, v) dv \quad [4.12]$$

$$g(u, v + dv) = y + g_v(u, v) dv \quad [4.13]$$

Como se muestra en la Figura 21.

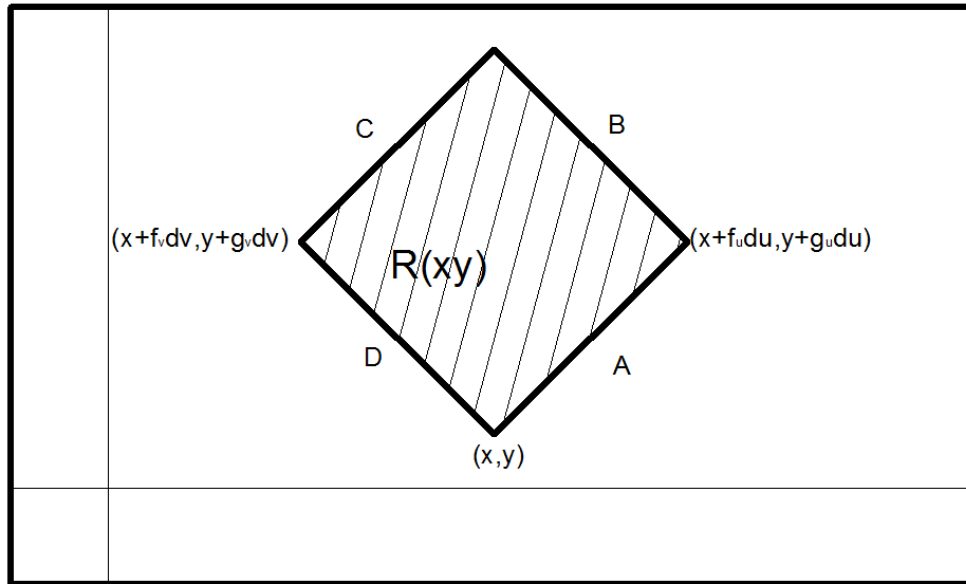


Figura 21. Elemento diferencial en xy .

Llamando S al vector con origen en (x, y) y extremo en $(x + f_u du, y + g_u du)$, $S(f_u du, g_u du)$, y T al vector con origen (x, y) y extremo $(x + f_v dv, y + g_v dv)$, $T(f_v dv, g_v dv)$ se puede afirmar que el área del recinto en el plano xy es $|S \otimes T|$. Mostrándose por tanto:

$$\text{Área de } R(xy) = |f_u(x, y) g_v(x, y) - f_v(x, y) g_u(x, y)| du dv \quad [4.14]$$

El producto $(du dv)$ es el área del rectángulo original $R(uv)$. Y,

$$\text{Área de } R(xy) = |f_u(x, y) g_v(x, y) - f_v(x, y) g_u(x, y)| \text{ Área de } R(uv) \quad [4.15]$$

La magnitud $|f_u(x, y) g_v(x, y) - f_v(x, y) g_u(x, y)|$ se denomina Jacobiano y la matriz cuyo determinante toma este valor es la matriz Jacobiana.

$$J = \begin{pmatrix} f_u & f_v \\ g_u & g_v \end{pmatrix} \quad [4.16]$$

De este modo se llega a la forma correcta de cambio de variables en integrales dobles:

$$I = \iint_{R(xy)} F(x, y) dA = \iint_{R(uv)} F(f(u, v), g(u, v)) J dA \quad [4.17]$$

El determinante de la matriz Jacobiana también requiere una interpretación cualitativa, así el signo indica la orientación del sistema uv respecto del sistema xy. Así, un Jacobiano negativo indica la transformación de un sistema de ejes dextrógiro en xy a levógiro en uv, mientras que un Jacobiano positivo indicará la preservación de la orientación del sistema de referencia. Normalmente las transformaciones empleadas para representación de elementos físicos mantendrán la orientación en aras de facilitar la interpretación visual de la información gráfica. En otro caso, la deformación inherente a la transformación se le superpone la inversión propia de la imagen especular.

Retomando el ejemplo propuesto, dado que la transformación venía dada por:

$$x = (u + v)/2 = f(u, v) \quad y = (u - v)/4 = g(u, v) \quad [4.18]$$

y,

$$f_u = 1/2 \quad f_v = 1/2 \quad g_u = 1/4 \quad g_v = -1/4 \quad [4.19]$$

El Jacobiano es $J = 1/4$, de donde:

$$I = \iint_{R(uv)} 9u^2 \left(\frac{1}{4}\right) dA \quad [4.20]$$

Siendo el dominio de integración el cuadrado $-2 \leq u \leq 2, -2 \leq v \leq 2$.

$$I = \int_{-2}^2 \int_{-2}^2 (2,25) u^2 du dv \quad [4.21]$$

Se comprueba que el valor de la integral es 48.

4.1.2. Desarrollo de proyecciones hemisféricas vinculadas a atributos integrables.

En Ingeniería y Arquitectura resulta frecuente la necesidad de determinar atributos de un punto directamente relacionados con la bóveda visual (Figura 22). Denominamos atributo integrable a aquel que se puede determinar mediante la integración doble del tipo:

$$C = \iint_R \rho(\varphi, \theta) d\varphi d\theta \quad [4.22]$$

Donde,

$\rho(\varphi, \theta)$ = Función núcleo de la proyección

R = Región espacial que constituye un subdominio de la bóveda

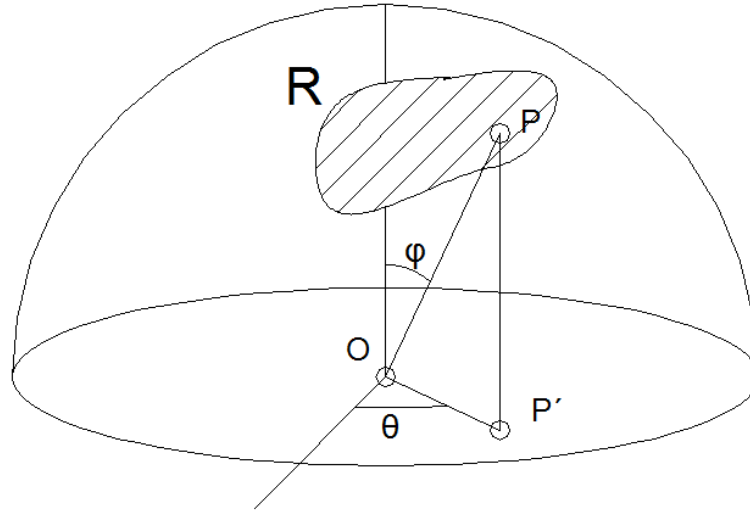


Figura 22. Recinto integrable.

En caso de que C represente una magnitud física, $\rho(\varphi, \theta)$ representa la densidad superficial o densidad de la magnitud C en el entorno del punto $P(\varphi, \theta)$.

Atributos integrables:

- Superficie
- Ángulo sólido
- Factor de forma
- Iluminancia
- Irradiancia

Obtención de los límites de integración

Aunque la ecuación [4.22] deja resuelto el modo de obtener cualquier atributo integrable, en la práctica se plantea la dificultad de la determinación de la función $\varphi(\theta)$ que delimita el dominio de integración. Ante esta dificultad se desarrolla en esta tesis una metodología basada en el desarrollo de proyecciones. Éstas muestran como ventaja la posibilidad de

cuantificar fácilmente la variable objeto de estudio utilizando técnicas de análisis de imagen.

El objetivo de las proyecciones propuestas se basa en la transformación de la bóveda celeste en una superficie plana donde la ecuación [4.22] se transforma en una integral de determinación de una superficie. En Figura 23 se muestra la transformación del recinto R. Vamos a tratar dos casos, en el primero se pretende obtener una superficie circular y en el segundo una representación cilíndrica de la bóveda celeste.

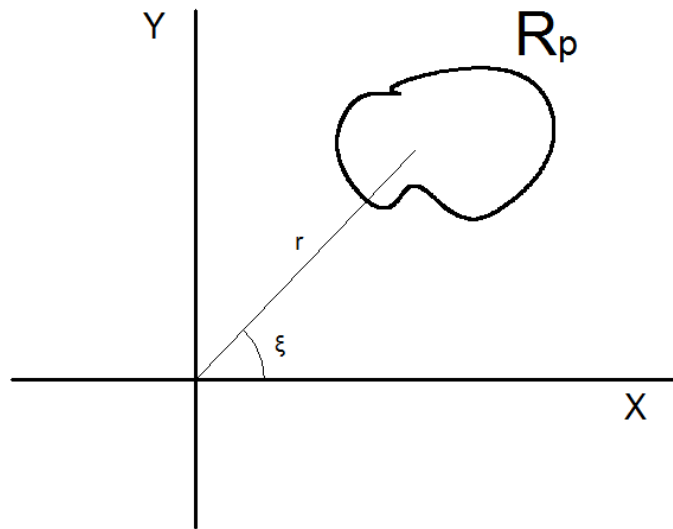


Figura 23. Recinto proyectado.

En el caso particular de que la proyección de la bóveda celeste sobre un plano horizontal t un recinto circular, para que el atributo sea equivalente entre las figuras 3.5 y 3.6 se ha de verificar:

$$\iint_R \rho(\varphi, \theta) d\varphi d\theta = \iint_{R_p} r dr d\xi \quad [4.23]$$

La transformación definida por:

$$r = r(\varphi, \theta) \quad [4.24]$$

$$\xi = \xi(\varphi, \theta)$$

Cumplirá la ecuación [4.23] si:

$$\rho = r \begin{vmatrix} \frac{\partial r}{\partial \varphi} & \frac{\partial r}{\partial \theta} \\ \frac{\partial \xi}{\partial \varphi} & \frac{\partial \xi}{\partial \theta} \end{vmatrix} \quad [4.25]$$

O lo que es equivalente,

$$\frac{\delta r^2}{\delta \varphi} \frac{\delta \xi}{\delta \theta} - \frac{\delta r^2}{\delta \theta} \frac{\delta \xi}{\delta \varphi} = 2\rho(\varphi, \theta) \quad [4.26]$$

En general, existen más de un conjunto de soluciones de [4.24] que cumplen [4.26]. En este trabajo consideraremos la solución:

$$r(\varphi) = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^\varphi \left[\int_0^{2\pi} \rho(\mu, \eta) d\eta \right] d\mu} \quad [4.27]$$

$$\xi(\theta) = 2\pi \frac{\int_0^\theta \rho(\mu, \eta) d\eta}{\int_0^{2\pi} \rho(\mu, \eta) d\eta} \quad [4.28]$$

Debido a que:

- r depende solo de φ .
- r varía entre 0, para $\varphi = 0$ y r_{\max} para $\varphi = \pi/2$.
- ξ varía entre 0 y 2π .

4.1.2.1. Ejemplos de aplicación.

Como ejemplos de aplicación de la metodología expuesta se presentan dos casos conocidos: ángulo sólido y factor de intercambio radiativo (factor de forma).

- Ángulo sólido: Se define como la relación entre el área interceptada sobre la superficie de la esfera y el radio de la mismas:

$$\Omega = A/R^2$$

$$\Omega = \frac{1}{R^2} \iint R d\varphi R \sin\varphi d\theta = \iint \sin\varphi d\varphi d\theta \quad [4.29]$$

En el caso del ángulo sólido la función integrable es:

$$\rho(\varphi, \theta) = \sin\varphi$$

Sustituyendo en [4.27] y [4.28]:

$$r(\varphi) = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^\varphi \left[\int_0^{2\pi} \rho(\mu, \eta) d\eta \right] d\mu} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^\varphi 2\pi \sin\mu d\mu} = \sqrt{2(1 - \cos\varphi)} \quad [4.30]$$

$$\xi(\theta) = 2\pi \frac{\int_0^\theta \rho(\mu, \eta) d\eta}{\int_0^{2\pi} \rho(\mu, \eta) d\eta} = 2\pi \frac{\theta \operatorname{sen} \varphi}{2\pi \operatorname{sen} \varphi} = \theta \quad [4.31]$$

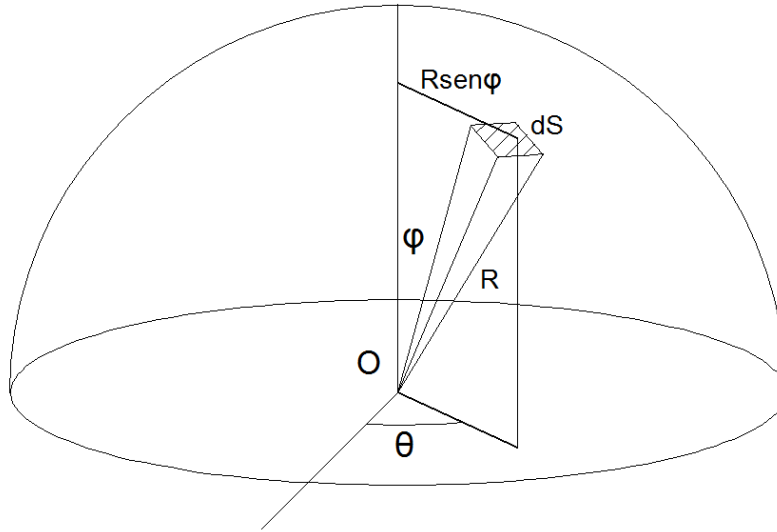


Figura 24. Ángulo sólido.

Sustituyendo en [4.23] se comprueba que la transformación propuesta es correcta.

Factor de intercambio radiativo: La relación entre la radiación emitida por un elemento infinitesimal radiante de área dA_1 y la que llega a un elemento infinitesimal dA_2 , se denomina factor de intercambio o factor de forma. Suponiendo que la radiación emitida por dA_1 es difusa, el factor solo depende de la geometría.

$$F = \iint \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi \, d\varphi \, d\theta \quad [4.32]$$

En este caso:

$$\rho(\varphi, \theta) = \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi \quad [4.33]$$

Sustituyendo en [4.27] y [4.28]:

$$r(\varphi) = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^\varphi \left[\int_0^{2\pi} \rho(\mu, \eta) d\eta \right] d\mu} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^\varphi 2\pi \operatorname{sen} \mu \cos \mu \, d\mu} = \operatorname{sen} \varphi \quad [4.34]$$

$$\xi(\theta) = \theta \quad [4.35]$$

Sustituyendo en [4.23] se comprueba que la transformación propuesta es correcta.

4.1.3. Proyecciones propuestas.

En esta tesis se proponen cuatro proyecciones inéditas:

Iluminancia para un cielo CIE Overcast sobre superficies horizontales representación circular.

Iluminancia para un cielo CIE Overcast sobre superficies horizontales representación cilíndrica.

Iluminancia para un cielo CIE Overcast sobre superficies verticales representación circular.

Iluminancia para un cielo CIE Overcast sobre superficies verticales representación cilíndrica.

4.1.3.1. Iluminancia para un cielo CIE Overcast sobre una superficie horizontal. Representación circular.

En el tipo de cielo CIE Overcast 1 la luminancia en cualquier punto $P(\varphi, \theta)$ de la bóveda celeste viene dado por la expresión:

$$L(\varphi, \theta) = L_z \frac{1+2\cos\varphi}{3} \quad [4.36]$$

Donde:

$L(\varphi, \theta)$ = Luminancia en el punto P

L_z = Luminancia en el cénit de la bóveda

θ = ángulo cenital

La iluminancia proporcionada en el plano horizontal por un diferencial de superficie sobre el punto P vendrá dada por:

$$dI = L(\varphi, \theta) dS \cos\varphi \quad [4.37]$$

Sustituyendo L (2, 2) por [4.36] obtenemos:

$$dI = L_Z \frac{1+2\cos\varphi}{3} \cos\varphi \sin\varphi d\theta \quad [4.38]$$

Integrando:

$$I = \iint L_Z \frac{1+2\cos\varphi}{3} \cos\varphi \sin\varphi d\theta \quad [4.39]$$

En este caso la función núcleo de la proyección será:

$$\rho = L_Z \frac{1+2\cos\varphi}{3} \cos\varphi \sin\varphi \quad [4.40]$$

Sustituyendo en [4.27]:

$$r(\varphi) = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^\varphi \left[\int_0^{2\pi} L_Z \frac{1+2\cos\mu}{3} \cos\mu \sin\mu d\eta \right] d\mu} \quad [4.41]$$

Integrando:

$$r(\varphi) = \frac{\sqrt{\frac{L_Z}{2}}}{3} \sqrt{6(1 - \cos\varphi) + 3(1 - \cos 2\varphi) + 2(1 - \cos 3\varphi)} \quad [4.42]$$

Como [4.40] no depende de θ se deduce que:

$$\xi(\theta) = \theta \quad [4.43]$$

En la Figura 25 se muestra la proyección resultante.

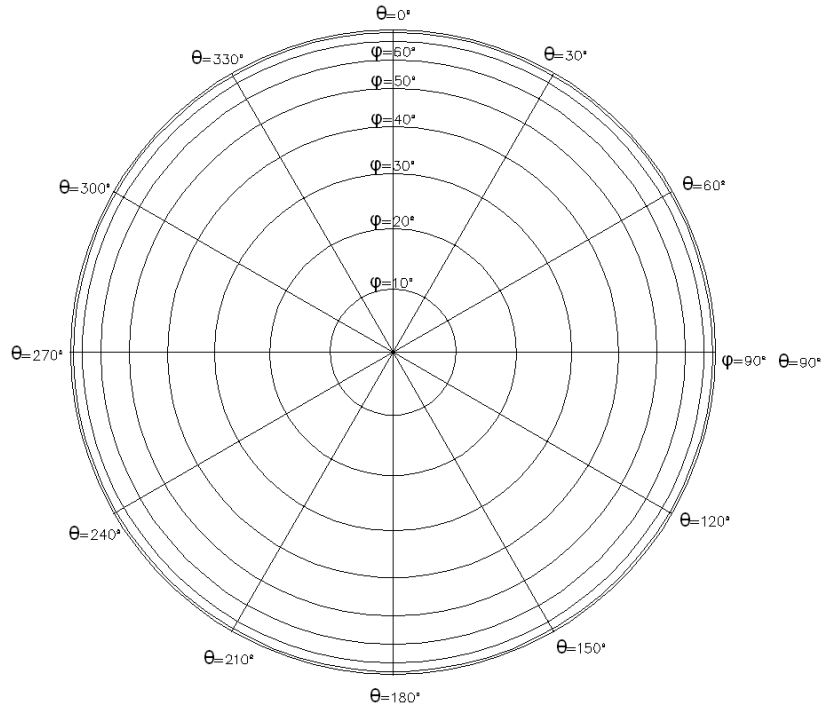


Figura 25. Representación circular.

4.1.3.2. Iluminancia para un cielo CIE Overcast sobre una superficie horizontal. Representación cilíndrica.

En este caso, las ecuaciones [4.24], [4.25] y [4.26] toman la siguiente forma:

$$x = x(\varphi, \theta) \quad [4.44]$$

$$y = y(\varphi, \theta)$$

Cumplirá la ecuación [4.23] si:

$$\rho = \begin{vmatrix} \frac{\delta x}{\delta \varphi} & \frac{\delta x}{\delta \theta} \\ \frac{\delta y}{\delta \varphi} & \frac{\delta y}{\delta \theta} \end{vmatrix} \quad [4.45]$$

O lo que es equivalente,

$$\frac{\delta x}{\delta \varphi} \frac{\delta y}{\delta \theta} - \frac{\delta x}{\delta \theta} \frac{\delta y}{\delta \varphi} = \rho(\varphi, \theta) \quad [4.46]$$

Las soluciones propuestas para la ecuación [4.46] son:

$$x(\theta) = 2 \left(\frac{\int_0^\theta \rho(\varphi, \eta) d\eta}{\int_0^{2\pi} \rho(\varphi, \eta) d\eta} - \frac{1}{2} \right) \sqrt{\int_0^{\pi/2} \left[\int_0^{2\pi} \rho(\mu, \eta) d\eta \right] d\mu} \quad [4.47]$$

$$y(\varphi) = \frac{1}{2} \frac{\int_{\varphi}^{\pi/2} \left[\int_0^{2\pi} \rho(\mu, \eta) d\eta \right] d\mu}{\sqrt{\int_0^{\pi/2} \left[\int_0^{2\pi} \rho(\mu, \eta) d\eta \right] d\mu}} \quad [4.48]$$

Sustituyendo la función núcleo de la proyección dada por [4.40]:

$$x(\theta) = \sqrt{\frac{7}{9}} \pi L_z \left(\frac{\theta}{\pi} - 1 \right) \quad [4.49]$$

$$y(\varphi) = \frac{1}{12} \sqrt{\frac{\pi L_z}{7}} (3 + 6\cos\varphi + 3\cos 2\varphi + 2\cos 3\varphi) \quad [4.50]$$

La transformación obtenida se muestra gráficamente en la Figura 26.

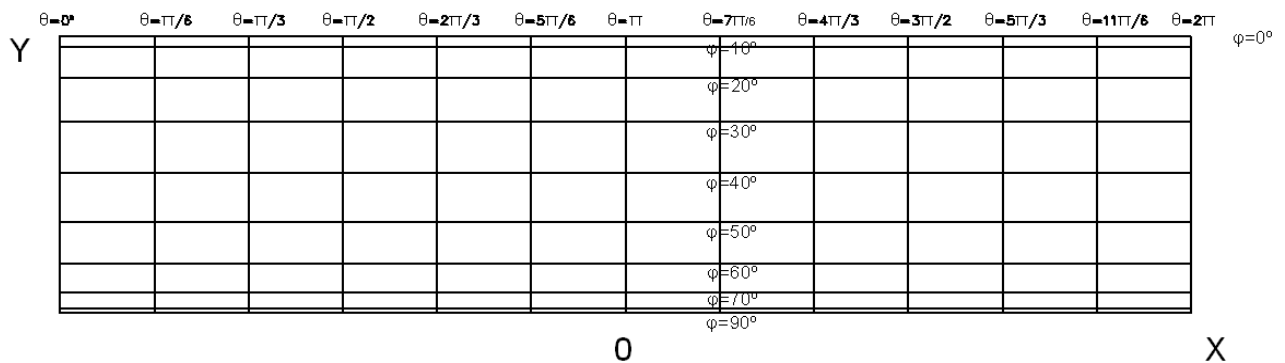


Figura 26. Representación cilíndrica.

4.1.3.3. Iluminancia para un cielo CIE Overcast sobre una superficie vertical. Representación circular.

El cálculo de las iluminancias sobre superficies verticales tiene especial interés por su aplicación en la determinación de la iluminancia a través de huecos de fachada, sobre todo ventanas.

Según se deduce de la observación de la Figura 27:

$$\cos X = \sin \varphi \cos \theta \quad [4.51]$$

Sin embargo, la expresión de la luminancia será distinta para el espacio que queda sobre el plano del horizonte y el que queda debajo. En este último caso, la luminancia es debida a la reflexión sobre una superficie horizontal exenta de obstáculos. La iluminancia en un punto de esta superficie es:

$$I = \frac{7}{9} \pi L_z \quad [4.52]$$

La iluminancia reflejada por la superficie será la expuesta en [4.52] afectada por un coeficiente de reflexión que denominaremos ρ :

$$I_r = \rho \frac{7}{9} \pi L_z \quad [4.53]$$

Por tanto la luminancia vendrá dada por:

$$L = \frac{I_r}{\pi} = \frac{7}{9} \rho L_z \quad [4.54]$$

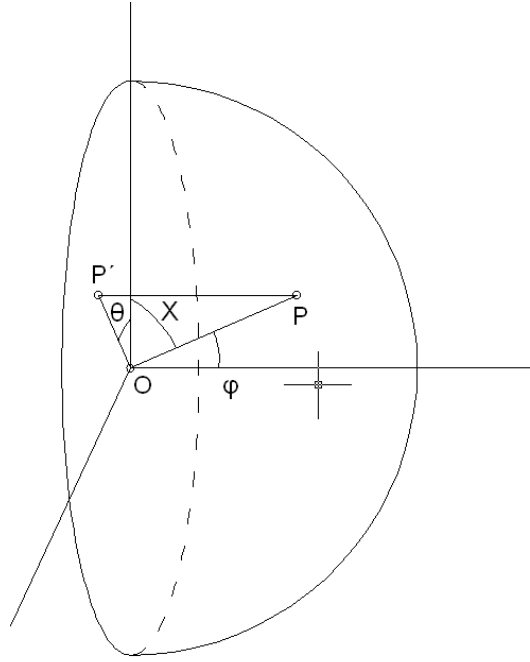


Figura 27. Bóveda visual en superficies verticales. Representación circular.

Para los puntos situados sobre el horizonte, sustituyendo en la expresión de la luminancia para cielo CIE Overcast:

$$L = L_z \frac{1+2\cos X}{3} = \frac{1+2\sin\varphi \cos\theta}{3} \quad [4.55]$$

Sustituyendo en la ecuación [4.37], la iluminancia en el plano vertical producida por un dS es:

$$dI = L_z \frac{1+2\sin\varphi \cos\theta}{3} \cos\varphi \sin\varphi d\varphi d\theta \quad \text{para } \theta \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \quad [4.56]$$

$$dI = \frac{7}{9} \rho L_z \cos\varphi \sin\varphi d\varphi d\theta \quad \text{para } \theta \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right) \quad [4.57]$$

La función núcleo de la proyección será en este caso:

$$\rho(\varphi, \theta) = \begin{cases} L_z \frac{1+2\operatorname{sen}\varphi\cos\theta}{3} \cos\varphi \operatorname{sen}\varphi & -\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2} \\ \frac{7}{9}\rho L_z \cos\varphi \operatorname{sen}\varphi & \frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3\pi}{2} \end{cases} \quad [4.58]$$

Sustituyendo en [4.27]:

$$r(\varphi) = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^\varphi \left[\int_{-\pi/2}^{\pi/2} L_z \frac{1+2\cos\eta\operatorname{sen}\mu}{3} \cos\mu \operatorname{sen}\mu \, d\eta + \int_{\pi/2}^{3\pi/2} \frac{7}{9}\rho L_z \cos\mu \operatorname{sen}\mu \, d\eta \right] d\mu} \quad [4.59]$$

$$\xi(\theta) = 2\pi \frac{\int_0^\theta \rho(\varphi, \eta) d\eta}{\int_0^{2\pi} \rho(\varphi, \eta) d\eta} \quad [4.60]$$

Integrando:

$$r(\varphi) = \sqrt{\frac{L_z}{3} \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{7\rho}{6} \right) (1 - \cos^2\varphi) + \frac{4}{3\pi} (1 - \cos^3\varphi) \right]} \quad [4.61]$$

Para $\xi(\theta)$ distinguimos tres casos:

$$\text{a) } 0 < \theta < \frac{\pi}{2}$$

$$\xi(\theta) = 2\pi \frac{\theta + 2\operatorname{sen}\varphi\operatorname{sen}\theta}{\pi + 4\operatorname{sen}\varphi + \frac{7}{3}\rho\pi} \quad [4.62]$$

$$\text{b) } \frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3\pi}{2}$$

$$\xi(\theta) = 2\pi \frac{\frac{\pi}{2} + 2\operatorname{sen}\varphi + \frac{7}{3}\rho(\theta - \frac{\pi}{2})}{\pi + 4\operatorname{sen}\varphi + \frac{7}{3}\rho\pi} \quad [4.63]$$

$$\text{c) } \frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$$

$$\xi(\theta) = 2\pi \frac{(\theta - \pi) + 4\operatorname{sen}\varphi + 2\operatorname{sen}\varphi\operatorname{sen}\theta + \frac{7}{3}\rho\pi}{\pi + 4\operatorname{sen}\varphi + \frac{7}{3}\rho\pi} \quad [4.64]$$

La proyección obtenida en representación circular se muestra en la Figura 28.

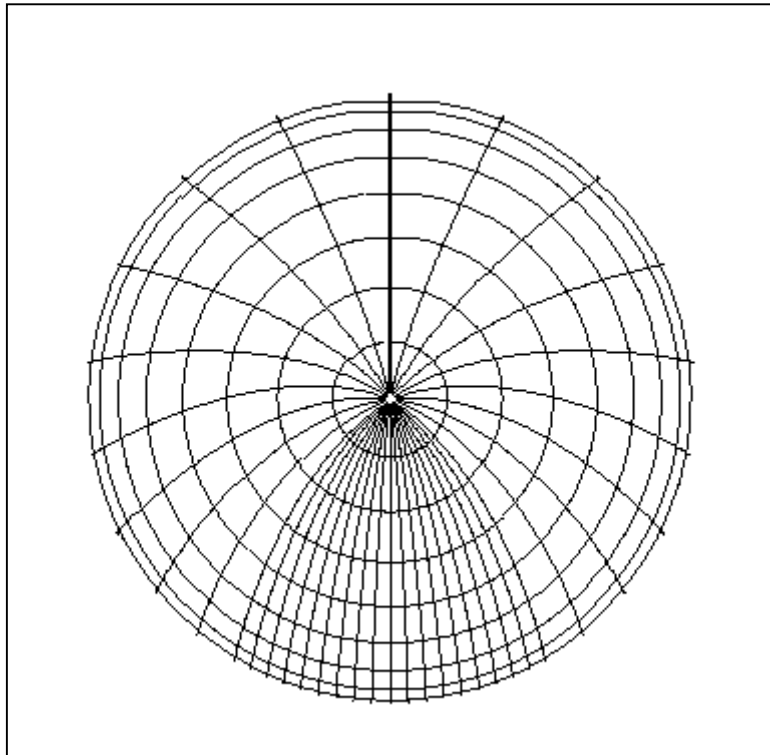


Figura 28. Representación circular.

4.1.3.4. Iluminancia para un cielo CIE Overcast sobre una superficie vertical. Representación cilíndrica.

Se presenta una variante del caso anterior con representación cilíndrica.

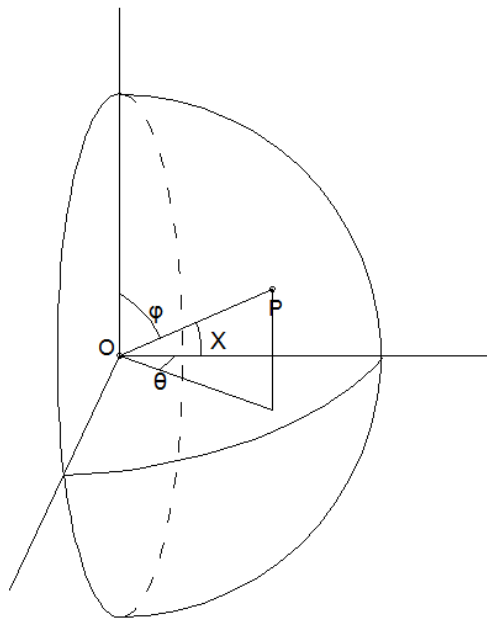


Figura 29. Bóveda visual en superficies verticales. Representación cilíndrica.

Según se deduce de la observación de la Figura 4.12:

$$\cos X = \operatorname{sen} \varphi \cos \theta \quad [4.65]$$

Sin embargo, la expresión de la luminancia será distinta para el espacio que queda sobre el plano del horizonte y el que queda debajo. En este último caso, la luminancia es debida a la reflexión sobre una superficie horizontal exenta de obstáculos. La iluminancia en un punto de esta superficie es:

$$I = \frac{7}{9} \pi L_z \quad [4.66]$$

La iluminancia reflejada por la superficie será la expuesta en [4.52] afectada por un coeficiente de reflexión que denominaremos ρ :

$$I_r = \rho \frac{7}{9} \pi L_z \quad [4.67]$$

Por tanto la luminancia vendrá dada por:

$$L = \frac{I_r}{\pi} = \frac{7}{9} \rho L_z \quad [4.68]$$

Para los puntos situados sobre el horizonte, sustituyendo en la expresión de la luminancia para cielo CIE Overcast:

$$L = L_z \frac{1+2\cos\varphi}{3} \quad [4.69]$$

La ecuación [4.37] queda:

$$dI = L(\varphi, \theta) dS \cos X$$

$$dI = L_z \frac{1+2\cos\varphi}{3} \operatorname{sen} \varphi (\cos \theta \operatorname{sen} \varphi) d\varphi d\theta \quad \text{para } \varphi \in (0, \frac{\pi}{2}) \quad [4.70]$$

$$dI = \frac{7}{9} \rho L_z \cos \varphi \operatorname{sen} \varphi d\varphi d\theta \quad \text{para } \varphi \in (\frac{\pi}{2}, \pi) \quad [4.71]$$

La función núcleo de la proyección será en este caso:

$$\rho(\varphi, \theta) = \begin{cases} L_z \frac{1+2\cos\varphi}{3} \operatorname{sen} \varphi \cos \theta \operatorname{sen} \varphi & 0 < \varphi < \frac{\pi}{2} \\ \frac{7}{9} \rho L_z \cos \theta \operatorname{sen}^2 \varphi & \frac{\pi}{2} < \varphi < \pi \end{cases} \quad [4.72]$$

Vamos a representar dos proyecciones, una cuantificará la iluminancia debida al espacio situado sobre el horizonte y la otra se corresponde con la reflejada.

a) Sobre horizonte:

$$x(\theta) = 2\pi \frac{\int_{-\pi/2}^{\theta} \rho(\varphi, \eta) d\eta}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \rho(\varphi, \eta) d\eta} \sqrt{\int_0^{\pi/2} \left[\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \rho(\mu, \eta) d\eta \right] d\mu} \quad [4.73]$$

$$y(\varphi) = \frac{1}{2\pi} \frac{\int_{\varphi}^{\pi} \left[\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \rho(\mu, \eta) d\eta \right] d\mu}{\int_0^{\pi/2} \left[\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \rho(\mu, \eta) d\eta \right] d\mu} \quad [4.74]$$

Integrando:

$$x(\theta) = 2\pi \sqrt{\frac{2}{3} L_z \left(\frac{\pi}{4} + \frac{5}{12} \right)} (1 + \text{sen}\theta) \quad [4.75]$$

$$y(\varphi) = \frac{1}{2\pi} \frac{\sqrt{\frac{2}{3} L_z}}{\sqrt{\frac{\pi}{4} + \frac{5}{12}}} \left(-\frac{2}{3} - \frac{\varphi}{2} + \frac{\pi}{4} + \frac{1}{4} \text{sen}2\varphi + \frac{2}{3} \text{sen}^3\varphi \right) \quad [4.76]$$

b) Bajo horizonte:

$$x(\theta) = 2\pi \frac{\int_{-\pi/2}^{\theta} \rho(\varphi, \eta) d\eta}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \rho(\varphi, \eta) d\eta} \sqrt{\int_{\pi/2}^{\pi} \left[\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \rho(\mu, \eta) d\eta \right] d\mu} \quad [4.77]$$

$$y(\varphi) = \frac{1}{2\pi} \frac{\int_{\varphi}^{\pi} \left[\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \rho(\mu, \eta) d\eta \right] d\mu}{\int_{\pi/2}^{\pi} \left[\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \rho(\mu, \eta) d\eta \right] d\mu} \quad [4.78]$$

Integrando:

$$x(\theta) = 2\pi \sqrt{\frac{7}{18} L_z} \rho \pi \left(\frac{1 + \text{sen}\theta}{2} \right) \quad [4.79]$$

$$y(\varphi) = \frac{1}{2\pi} \frac{\sqrt{\frac{7}{9} L_z}}{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} \left(\pi - \varphi + \frac{1}{2} \text{sen}2\varphi \right) \quad [4.80]$$

La representación gráfica del caso b) se presenta en la Figura 30.

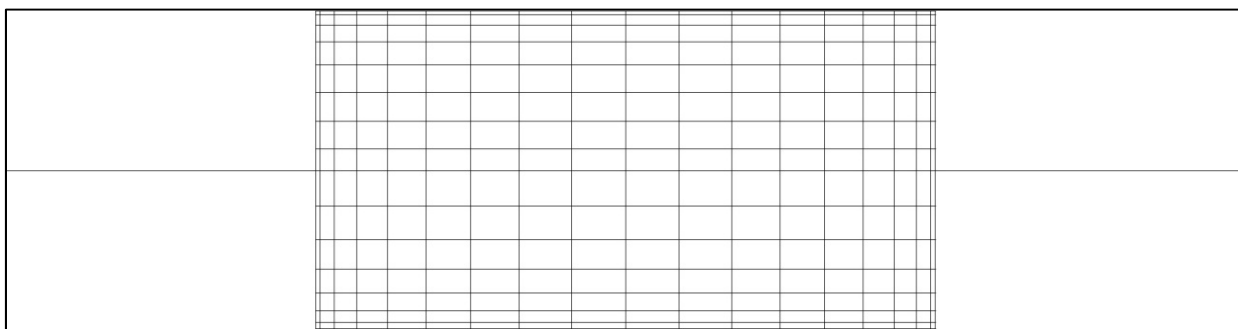


Figura 30. Representación circular.

4.2. Dispositivo para la captación de imágenes de la bóveda celeste.

Para la obtención de las imágenes se propone la implementación del dispositivo LRTVD (Light Ray Tracing and Visioning Device), Ramírez (2005), que se muestra en la Figura 31. El dispositivo consiste en una plataforma plana donde se dispone un espejo semiesférico. Un brazo perpendicular a la plataforma permite sujetar una cámara fotográfica convencional situando el eje óptico de la misma perpendicularmente a la plataforma y coincidiendo con el centro del espejo. Para permitir la correcta nivelación y alineación del plano de la lente con paramentos verticales (ventanas) u horizontales (lucernarios) se disponen tres niveles de burbuja. La Figura 32 muestra una fotografía.



Figura 31. Dispositivo LRTVD.

Este dispositivo muestra como inconveniente el hecho de que en la fotografía hemisférica aparecerá la cámara fotográfica y el brazo del dispositivo, sin embargo, una correcta interpretación de la imagen permite en todos los casos obtener imágenes útiles.



Figura 32. Disposición del dispositivo LRTVD para tomar la fotografía que permita caracterizar un hueco vertical.

4.2.1. Ajuste y calibración

La imagen digital obtenida se interpreta como una matriz de píxeles contenida en el plano de estudio. En este estudio referimos los píxeles respecto de sistemas de referencia Oxy , en los que el centro del sistema se encuentra en la intersección del eje óptico con el plano de imagen, el eje Ox es horizontal y el eje Oy en la dirección ascendente. La Figura 33 muestra una representación de la matriz de píxeles y de los ejes auxiliares Oxy considerados para referenciarlos. De esta manera la coordenada x del centro de un píxel se corresponde unívocamente con la columna en que este píxel se sitúa en la matriz. Análogamente la coordenada y corresponde con el lugar de su fila.

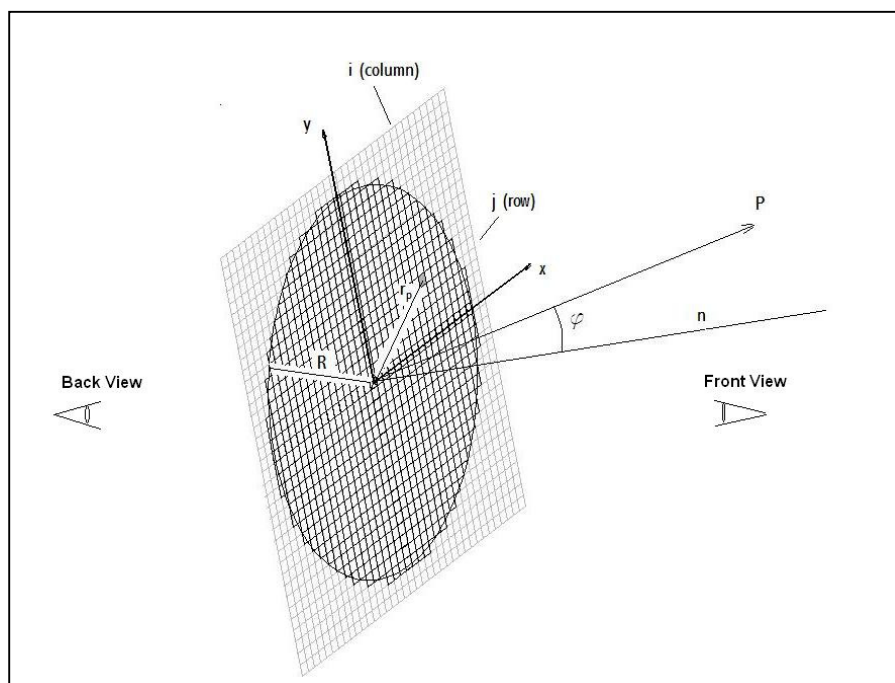


Figura 33. Consideración geométrica de la fotografía tomada de una apertura de edificio.

Estos procesos son necesarios para necesario para:

- Fijar la máquina fotográfica sobre el dispositivo de modo que el eje óptico del objetivo fotográfico sea perpendicular al plano de trabajo y pase por el centro del espejo esférico. Para ello la pieza de fijación es móvil. La cámara se fija en la posición donde la imagen del cilindro de calibración aparecen fotografiado como un anillo de ancho constante.

- Identificar la distancia D entre el espejo y el Foco de la cámara. Ello se consigue mediante el análisis de la fotografía obtenida de un prisma de paralelepípedo de dimensiones conocidas y apoyado en la base.

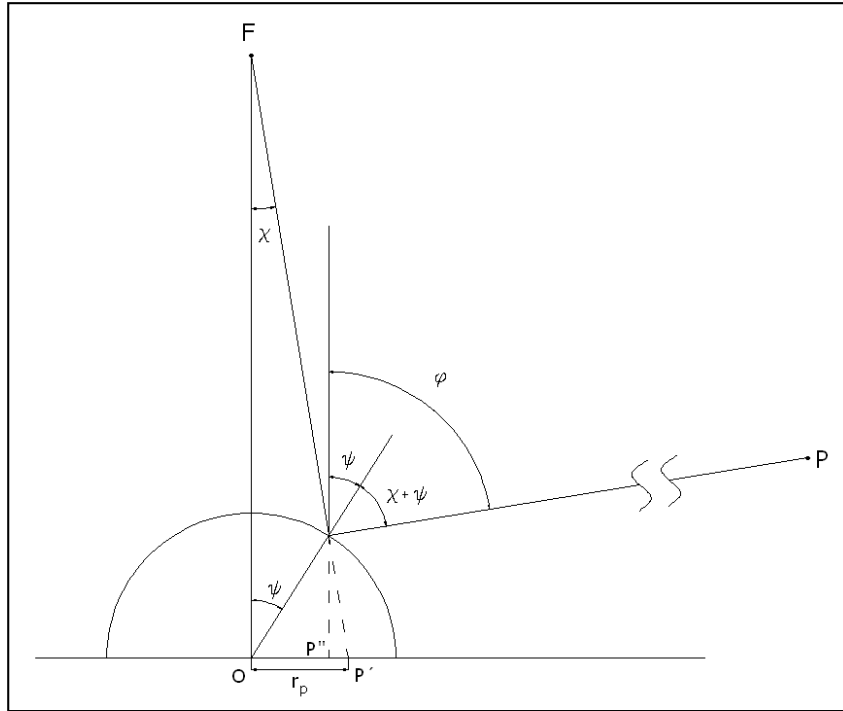


Figura 34. Ángulos significativos para la calibración del dispositivo LRTVD

El proceso de ajuste permite establecer la relación existente entre el ratio $\frac{r_p}{R}$ y el ángulo cenital φ respecto a la normal del plano de trabajo, Figura 34. Este proceso parte de la idea de que la distancia medida sobre la imagen entre un objeto P' y el centro geométrico O de la misma es función del ángulo φ cenital formado por el eje del espejo y rayo que pasa por P .

De la Figura 34 se deduce:

$$r_p = D \operatorname{tg} \chi \quad [4.81]$$

$$r_p = OP'' + P''P' = R \sin \psi + R \cos \psi \operatorname{tg} \chi \quad [4.82]$$

$$\frac{R}{r_p} \sin \psi + \frac{R}{D} \cos \psi = 1 \quad [4.83]$$

$$\psi = \operatorname{atan}\left(\frac{D}{r_p}\right) - \operatorname{acos} \frac{1}{\sqrt{\frac{R^2}{r_p^2} + \frac{R^2}{D^2}}} \quad [4.84]$$

Como:

$$\varphi = 2\psi + \chi \quad [4.85]$$

$$\varphi = \pi/2 + \operatorname{atan}\left(\frac{D}{r_p}\right) - 2\operatorname{acos}\frac{1}{\sqrt{\frac{R^2}{r_p^2} + \frac{R^2}{D^2}}} \quad [4.86]$$

Para cada valor de D existe una relación biunívoca $\varphi=B(\frac{r_p}{R})$. Para cada valor de $\frac{r_p}{R}$ comprendido en el intervalo [0,1] la ecuación permite determinar ψ y permite determinar χ . En este trabajo se ha utilizado como función de calibración $\frac{r_p}{R} = C(\varphi) = B^{-1}(\varphi)$

4.2.2. Análisis de imagen.

La fotografía obtenida por la cámara contiene tanto la imagen reflejada de la bóveda como información acerca de la orientación y del dispositivo y de la nivelación del mismo. La extracción de información útil de esta imagen se realiza mediante un proceso de análisis de imagen consistente en:

- Giro de la imagen. Esta se gira el ángulo necesario que haga coincidir la dirección Norte marcada por la brújula con una dirección predeterminada de la imagen resultante. En nuestra aplicación el Norte siempre queda en la dirección vertical de la imagen resultante.
- Selección de la zona circular que contiene la imagen reflejada del semiespacio de interés.
- Delimitación de los píxeles de la imagen correspondientes al cielo. Esta operación es equivalente a marcar sobre la imagen la línea de separación entre cielo y los obstáculos que lo delimitan. En la práctica, se traza un polígono cerrado sobre la imagen. Se asume que cada vértice señalado sobre la imagen se corresponde con una dirección de la bóveda fotografiada.
- Transformación de la imagen para obtener una representación deseada. En este trabajo se han obtenido proyecciones estereográficas, Overcast circulares y cilíndricas sobre superficies horizontales y verticales.

El estándar gráfico utilizado es Bitmap Metafile de 3 bytes de color por pixel. Este formato permite considerar la imagen como una matriz bidimensional en la que cada elemento

contiene un valor entero comprendido entre 0 y $2^{24}-1$. Este valor contiene la información del color mediante la codificación de sus tres componentes de color Roja (C_R) , verde (C_G) y azul (C_B) . En el espacio de colores cada una de las componentes puede oscilar entre 0 (ausencia) y 255 (saturación). La función de codificación es:

$$\text{Value of pixel} = C_B * 256^2 + C_G * 256 + C_R = \text{RGB} (C_R, C_G, C_B) \quad [4.87]$$

La segunda igualdad es válida en múltiples lenguajes de programación que han implementado esta función con el nombre RGB(). Así, RGB(0,0,0)=0 corresponde al color negro y RGB(255,255,255)= 16777215 corresponde al color blanco.

La colocación del dispositivo LRTVD en el punto central interior de aperturas, permite obtener la imagen original o cruda de la reflexión especular. La primera fase del tratamiento corresponde con el recorte centrado y orientación del mapa de bits de la imagen reflejada. Para centrarla se identifica el pixel central de la imagen. A la matriz de píxeles resultante le denominamos MR. Para la identificación de píxeles en la imagen cruda utilizamos los índices relativos i_r, j_r al centro de la imagen.

En la imagen se delimita la zona correspondiente a la parte no obstruida de cielo. Se define la matriz de no obstrucción MNO para todos los píxeles de la imagen del modo:

MNO (i_r, j_r) =1 si pixel i_r, j_r pertenece a la zona seleccionada como cielo no obstruido

MNO (i_r, j_r)=0 en el resto de casos.

La matriz MNO es una máscara de la vista del cielo.

La imagen de la Figura 35 muestra la imagen donde a los píxeles correspondientes a la bóveda celeste no obstruida se les ha asignado un color uniforme.



Figura 35. Imagen con tratamiento inicial para obtención de resultados.

Para representar los diagramas estereográfico y Overcast se procede a realizar la transformación de la imagen obtenida, trasladando las características de cada pixel a su posición en la proyección elegida.

La representación de las proyecciones requiere la generación de las matrices MS y MO de píxeles que los componen, respectivamente las imágenes de los diagramas estereográfico y Overcast. Las dimensiones de estas matrices serán MS (-dims a dims; -dims to dims) y MO (-dimo a dimo; -dimo to dimo). Los valores de dims y dimo se eligen en función de la resolución deseada de las imágenes procesadas. Para cada tipo de proyección se eligen los radios R_s y R_o . Los diagramas de flujo representados en las figuras 36, 37, 38, 39 y 40 muestran los algoritmos para obtener la representación estereográfica y Overcast en sus cuatro versiones.

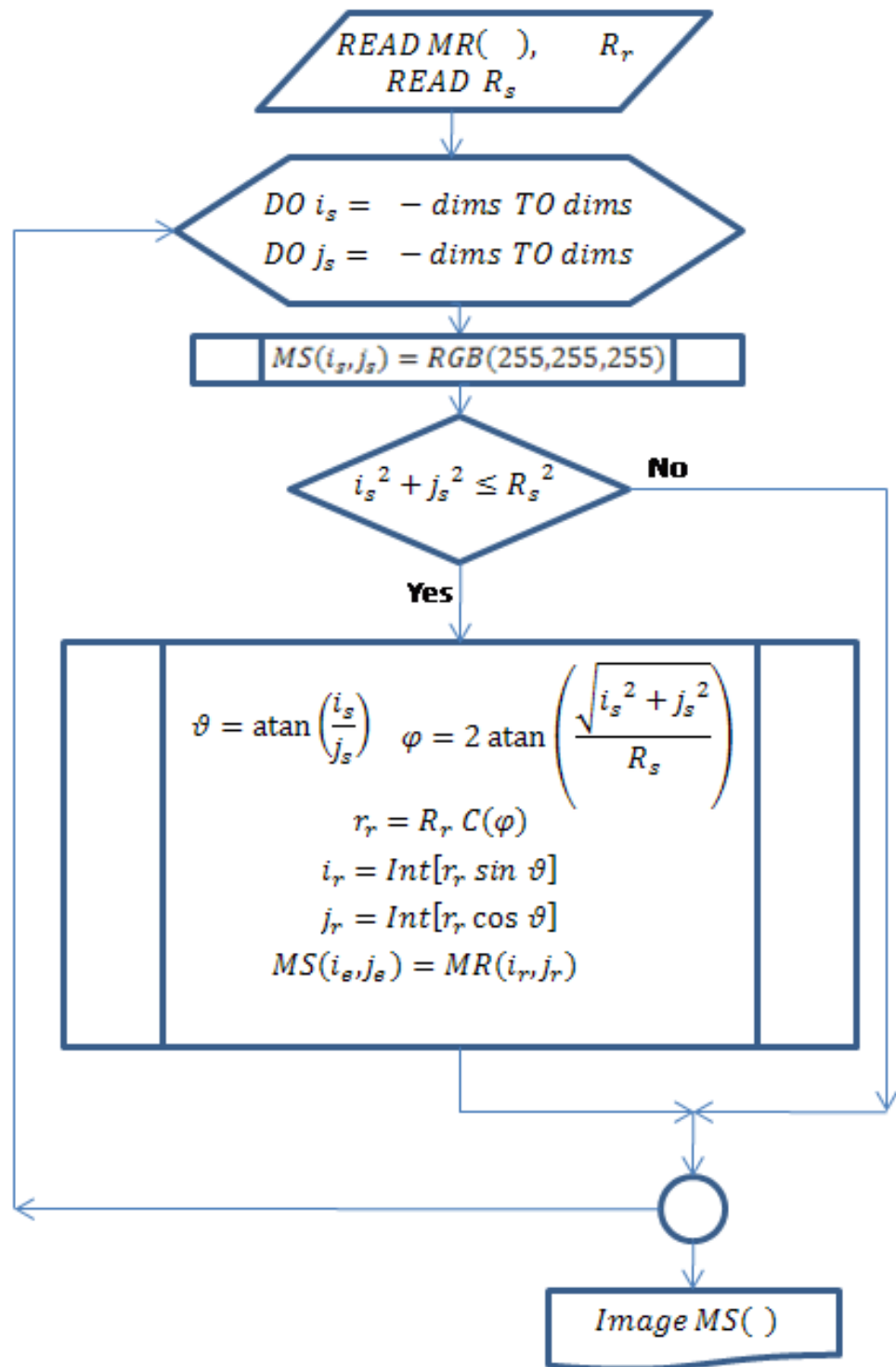


Figura 36. Diagrama de flujo de la proyección estereográfica.

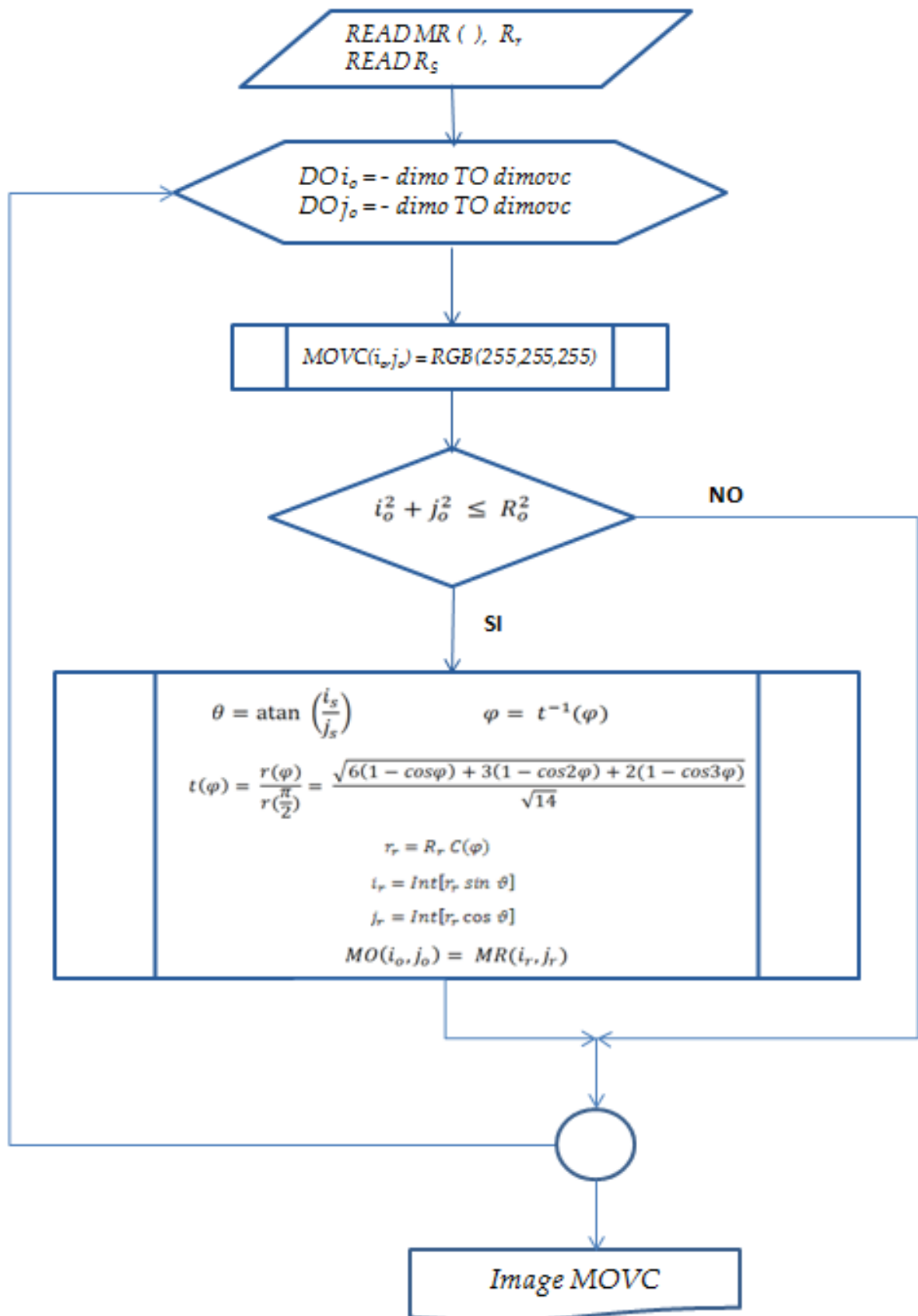


Figura 37. Diagrama de flujo de la representación Overcast horizontal circular.

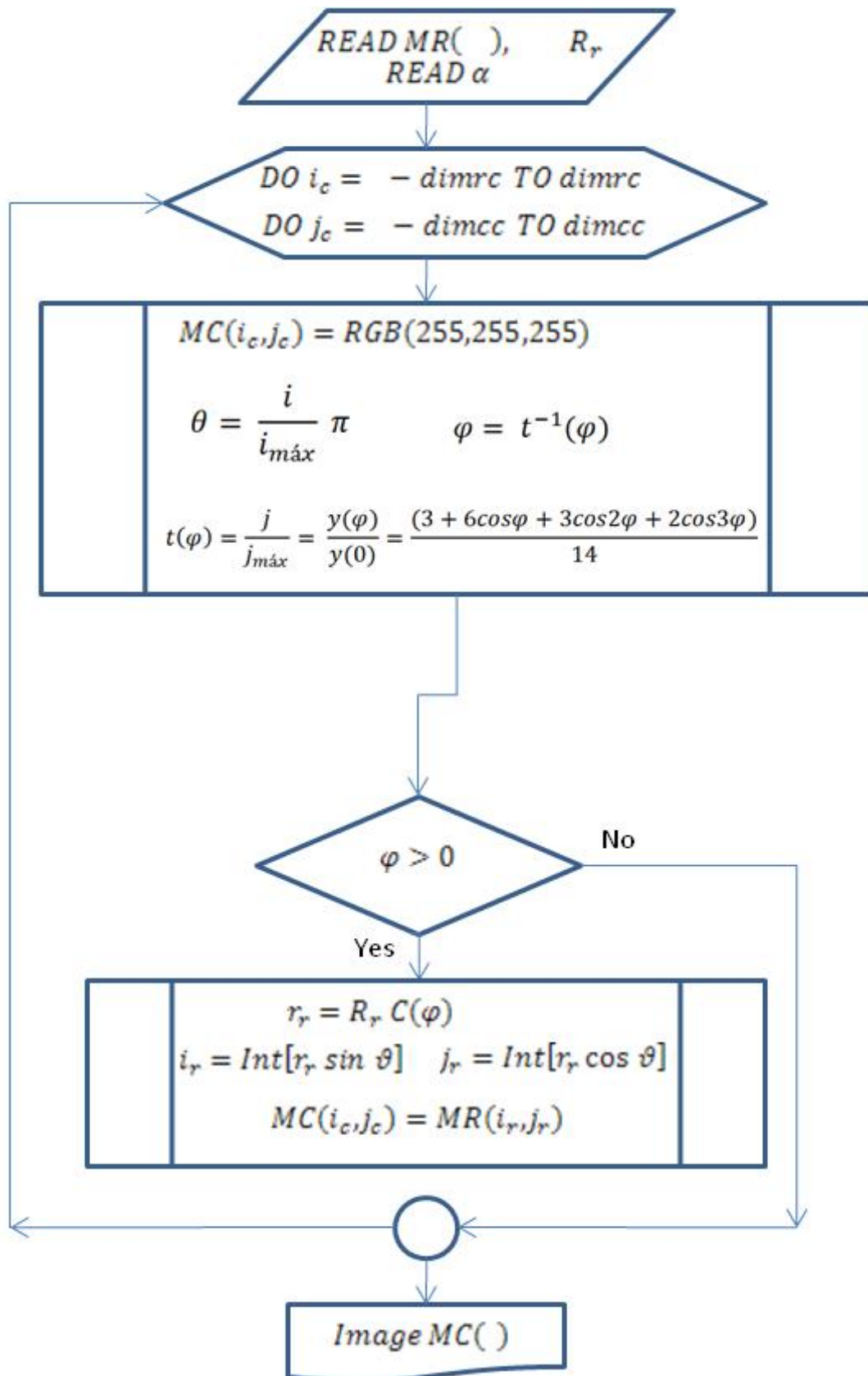


Figura 38 .Diagrama de flujo de la representación Overcast horizontal cilíndrica.

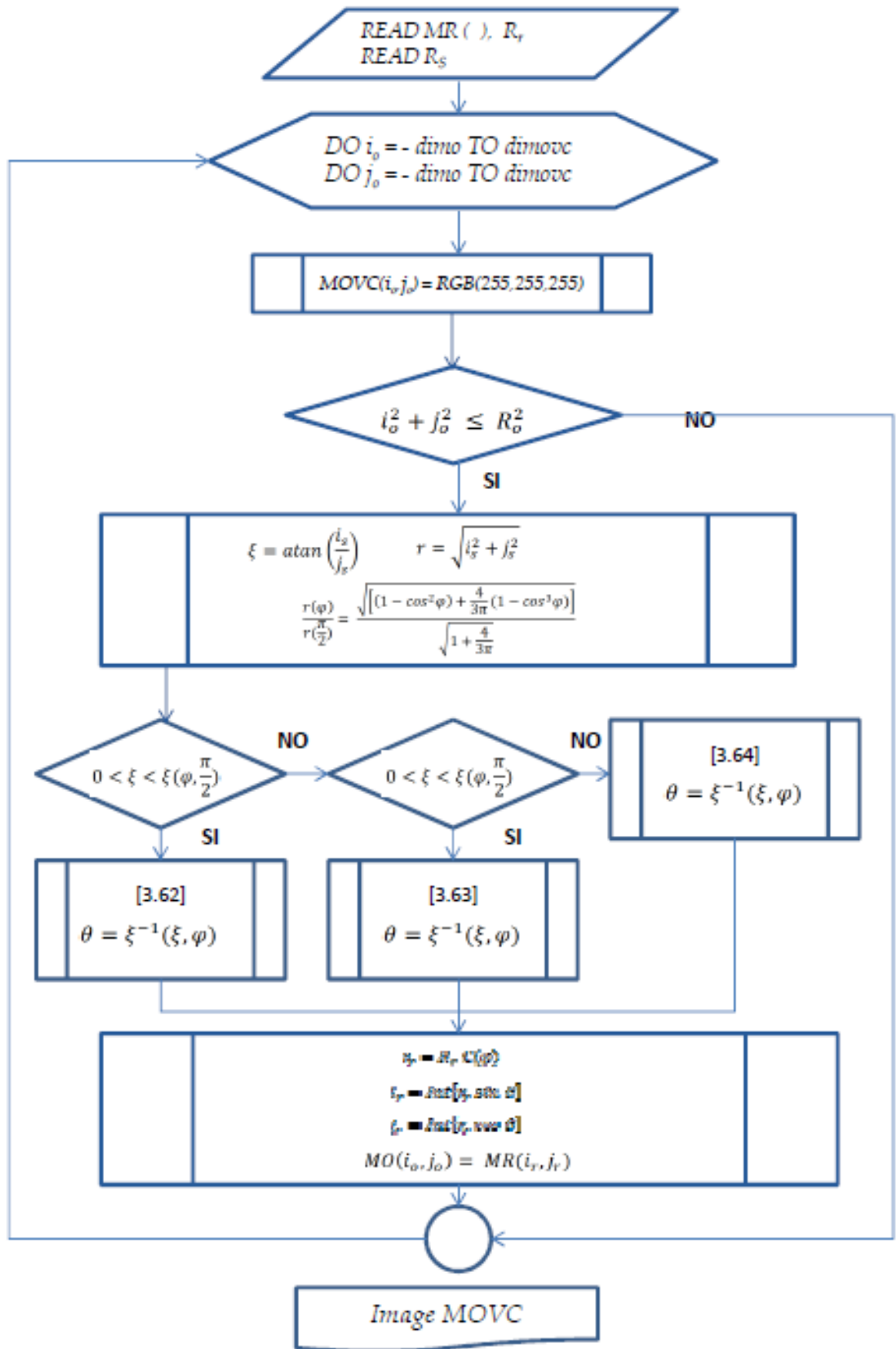


Figura 39. Diagrama de flujo de la representación Overcast vertical circular.

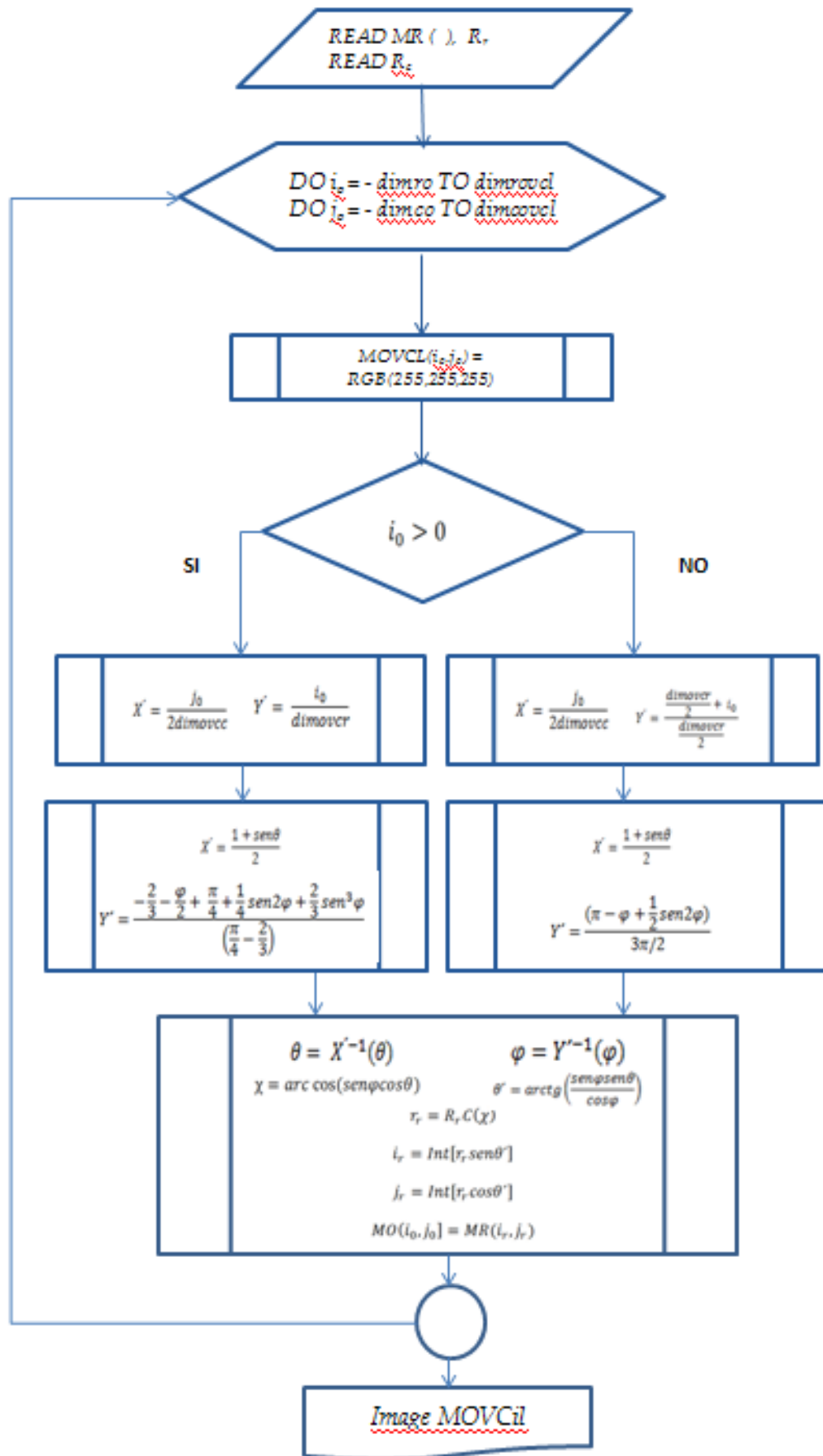


Figura 40. Diagrama de flujo de la representación Overcast vertical cilíndrica.

Una vez obtenida la proyección deseada se plantea la determinación de las trayectorias solares. La posición solar en cada instante y por consiguiente la disponibilidad de radiación directa en el emplazamiento analizado requiere del conocimiento del vector solar. El vector solar s , se proyecta sobre los ejes horizontal y vertical del plano de la imagen, lo que permite determinar los ángulos ϑ y φ de la posición solar cada minuto. En la Figura 41 se representa el plano de la imagen respecto al sistema local $OX'Y'Z'$ con OX' dirección Oeste, OY' Sur y OZ' Cénit. El plano de imagen viene determinado por el ángulo acimutal del plano de apertura α y la inclinación del mismo β . El vector unitario horizontal i y su perpendicular contenido en el plano de imagen j vienen dados por:

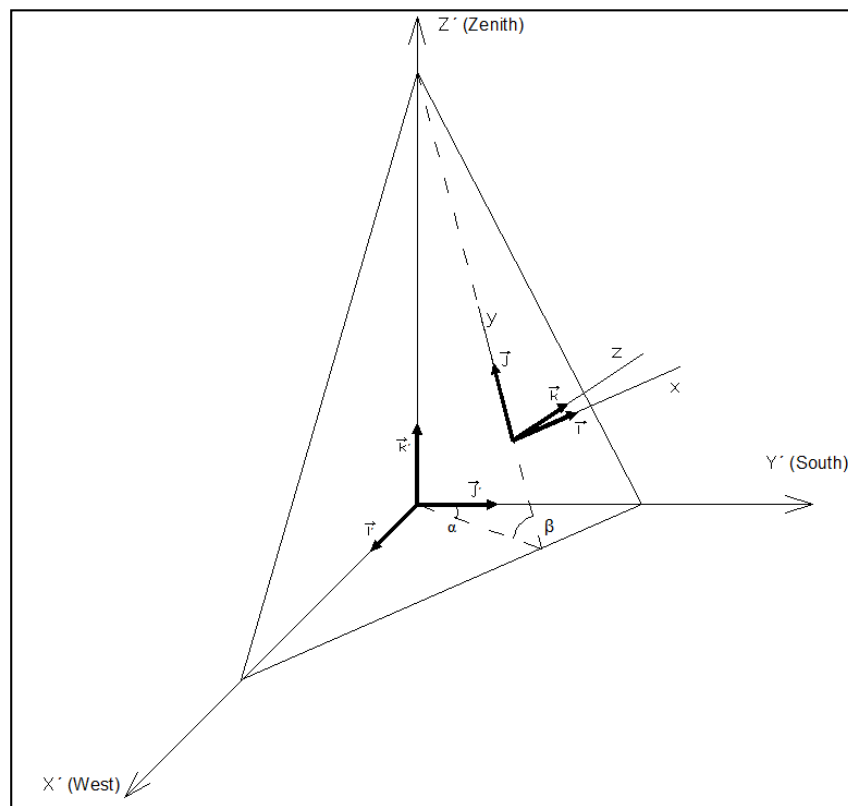


Figura 41. Posición de los ejes de referencia.

$$\vec{i} = -\cos\alpha \vec{i}' + \sin\alpha \vec{j}' \quad [4.88]$$

$$\vec{j} = -\cos\beta \sin\alpha \vec{i}' - \cos\beta \cos\alpha \vec{j}' + \sin\beta \vec{k}' \quad [4.89]$$

$$\vec{n} = \sin\alpha \sin\beta \vec{i}' + \cos\alpha \sin\beta \vec{j}' + \cos\beta \vec{k}' \quad [4.90]$$

En el caso en que $\beta = 0$, el plano de la imagen es horizontal y se consideran los ejes OX' y OY' para definir el plano de imagen. Los vectores definidos en [4.88], [4.89] y [4.90], se utilizan en el proceso iterativo que se muestra en el diagrama de flujo de la Figura 42.

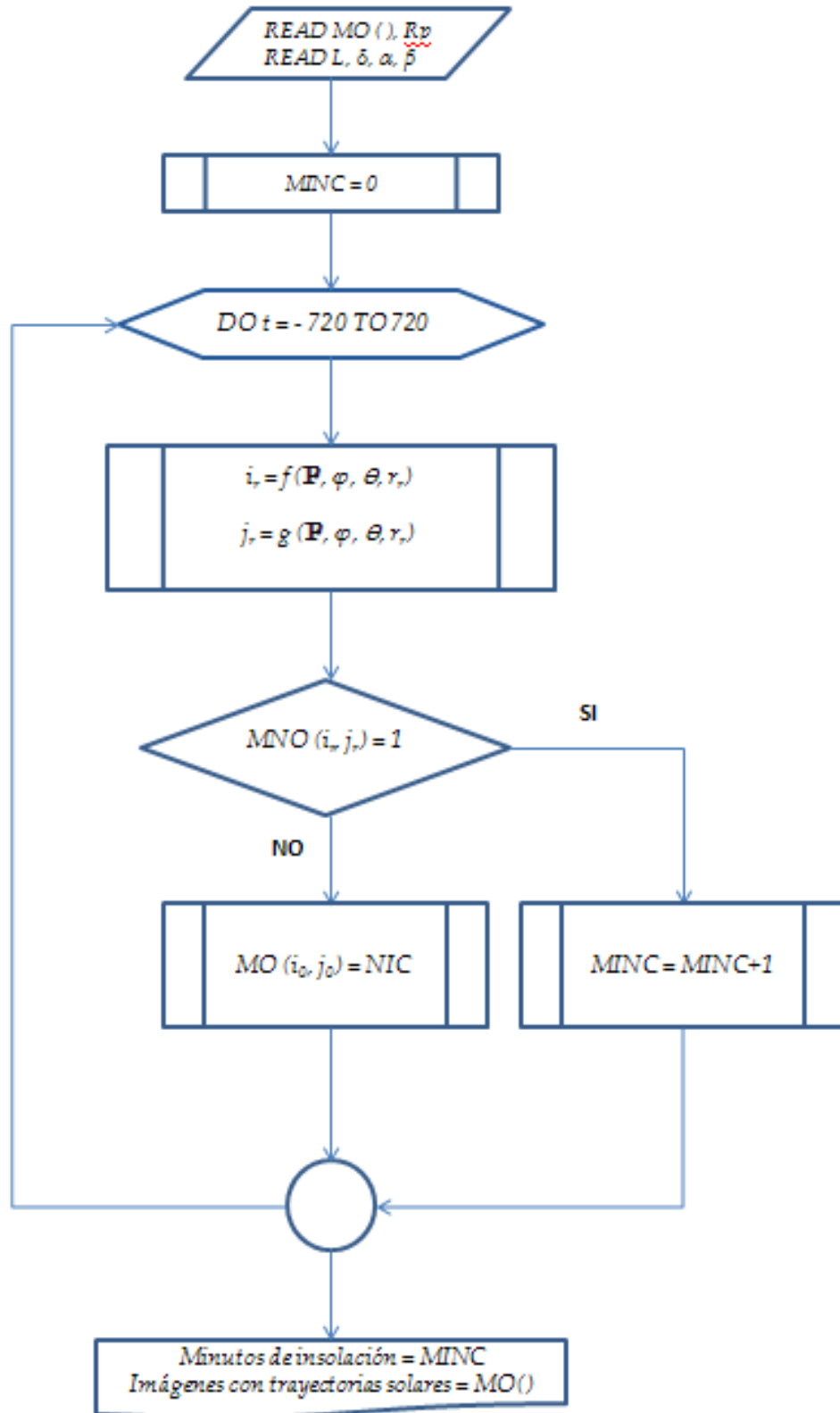


Figura 42. Diagrama de flujo para la determinación de las trayectorias solares.

Si la posición del sol se encuentra dentro del cielo visible ($MNO(i_r, j_r)=1$) en ese momento el sol resultará visto, por lo que el pixel correspondiente en cada una de las imágenes se marca del color IC (Incidence Color), además el contador de minutos MINC se incrementará en una unidad. En caso de no incidencia, el pixel se marca con el color NIC (No Incidence Color).

4.2.3. Software para la obtención de proyecciones.

Con la finalidad de obtener las proyecciones anteriormente descritas y mediante la implementación de los algoritmos expuestos, sea desarrollado una aplicación informática denominada LRTVS (Light Ray Tracing and Visioning Software). A partir de la imagen capturada con LRTVD se define el contorno de los obstáculos hasta generar una línea cerrada que encierra el cielo visible desde la posición analizada. En la Figura 43 se muestra la pantalla principal del programa. En la parte derecha se introducen las coordenadas geográficas del lugar, el giro necesario para orientar la imagen al norte geográfico y el ángulo acimutal y cenital.



Figura 43. Pantalla principal del software LRTVS.

Antes de generar la proyección deseada se definen una serie de opciones, impresión de las trayectorias solares para el día y hora seleccionado, por defecto se muestran las trayectorias correspondientes al día 15 de cada mes y las 8 horas comprendidas entre las 8 y las 16. En la Figura 44 se muestra el resultado de la proyección estereográfica con las trayectorias por defecto.

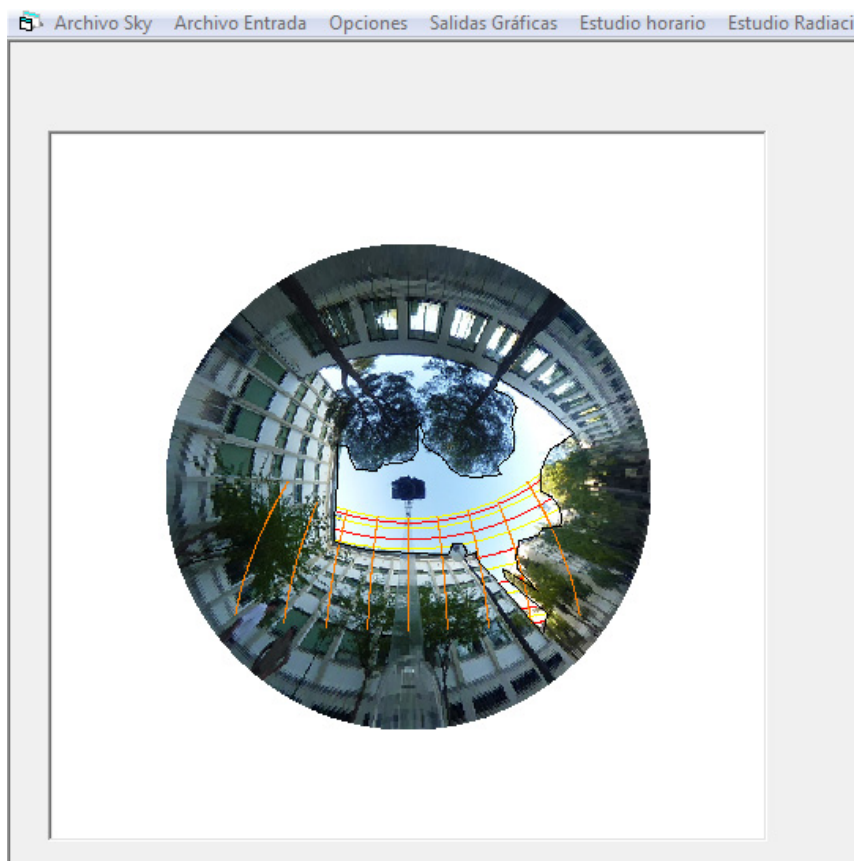


Figura 44. Salida gráfica de la proyección estereográfica.

Además de la representación gráfica de las trayectorias solares LRTVS dispone de una salida numérica que nos da la hora del orto y el ocaso en la localización estudiada y los mismos valores teniendo en cuenta los bloqueos debidos a los obstáculos. En la Figura 45 se pueden observar los resultados para el punto en cuestión.

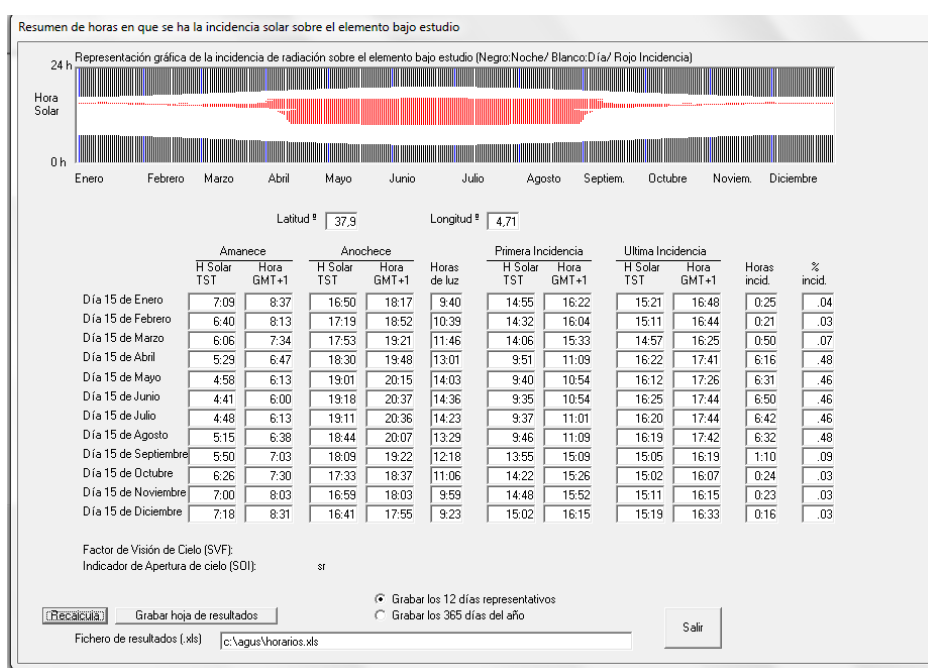


Figura 45. Salida numérica de las trayectorias solares.

RESULTADOS

5. Resultados.

La aplicación de la metodología descrita en el capítulo anterior se ha llevado a cabo en dos emplazamientos de la ciudad de Córdoba. Para la determinación de iluminancias sobre superficies horizontales se eligió la zona de patios de un conjunto de edificios ubicados en el Campus Universitario de Rabanales. En la figura 46 se identifican los puntos analizados. De todos los puntos se presentan los seis más representativos en cuanto a la existencia de vegetación o edificaciones en mayor o menor medida.



Figura 46. Vista cenital de los edificios analizados.

Los patios difieren en la posición relativa de las edificaciones y la presencia de vegetación.

Los datos de partida de las imágenes obtenidas mediante el dispositivo LRTVD son:

- Latitud: 37,9° N
- Longitud: 4,71° W
- Azimut: 0 (Sur)

Para cada uno de los emplazamientos analizados se ha tratado la imagen con la aplicación LRTVS, obteniéndose la proyección CIE Overcast, se muestran las trayectorias solares sobreimpresionadas. Una vez obtenida la proyección la relación entre la superficie exenta de sombras y la superficie bloqueada coincide con la relación entre la iluminancia en

ausencia de sombras y la iluminancia verdadera del lugar. Esta relación de superficies se ha calculado mediante el programa de diseño gráfico AUTOCAD.

A partir de estos valores se obtiene el factor de cielo, sky factor (SF):

$$SF = \frac{A_E}{A_T} \quad [5.1]$$

Donde A_E es el área exenta y A_T es el área total.

Punto 1

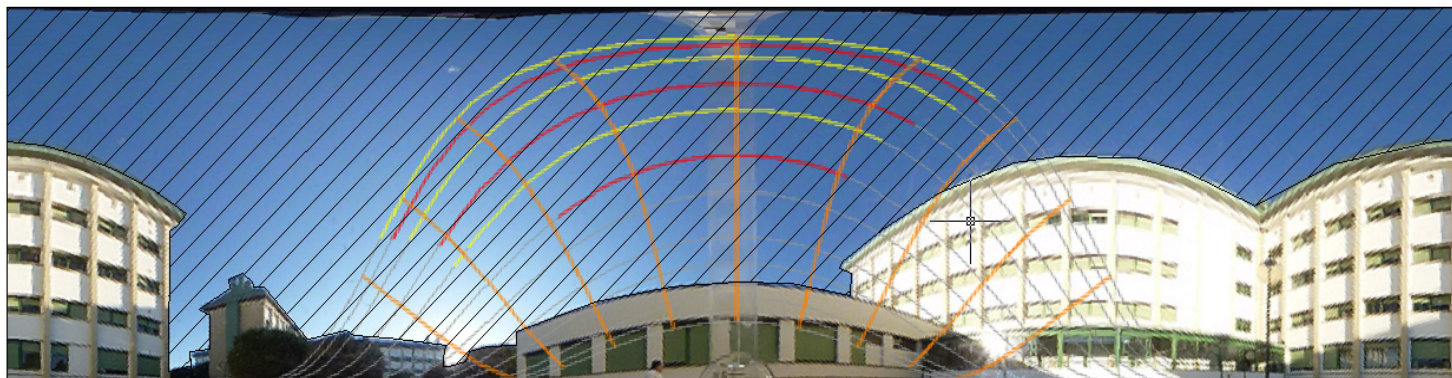


Figura 47. Representación cilíndrica CIE Overcast en el punto 1.

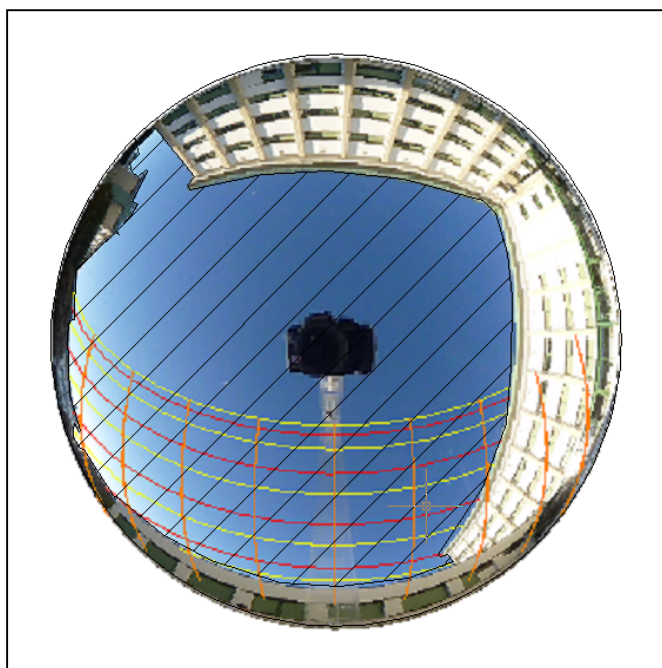


Figura 48. Representación circular CIE Overcast en el punto 1

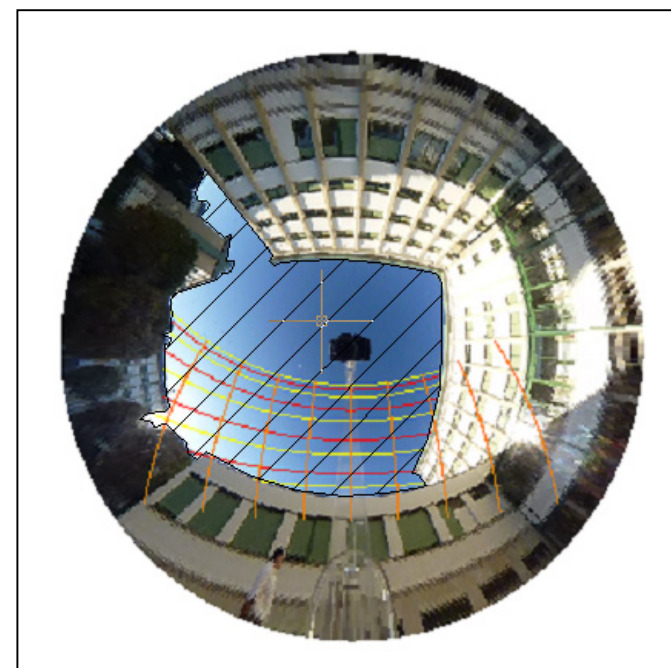


Figura 49. Proyección estereográfica en el punto 1

En las imágenes de la página anterior se presentan los resultados de las proyecciones CIE Overcast sobre una superficie horizontal en representación cilíndrica y circular. La Figura 49 corresponde a la proyección estereográfica. De la mera observación de las imágenes se deduce la influencia de las regiones cenitales en la iluminancia resultante en un punto situado en el plano horizontal.

La determinación del SF en las representaciones circular y cilíndrica debe proporcionar resultados similares, así en la tabla 2 podemos ver los valores del SF calculados en ambos casos.

	Área total (UA)	Área exenta (UA)	SF
Cilíndrica	1	0,6091	0,6091
Circular	1	0,6190	0,6190

Tabla 2. Sky Factor en el punto 1.

La diferencia entre ambos resultados obedece a la definición manual del horizonte verdadero en cada una de las representaciones.

Aplicando la metodología descrita a los puntos restantes se obtienen los resultados expuestos en la tabla 3.

	Área total (UA)	Área exenta (UA)	SF
	Punto 2		
Cilíndrica	1	0,3357	0,3357
Circular	1	0,3520	0,3520
	Punto 3		
Cilíndrica	1	0,5988	0,5988
Circular	1	0,5899	0,5899
	Punto 4		
Cilíndrica	1	0,4445	0,4445
Circular	1	0,4683	0,4683

Tabla 3. Sky Factor en los puntos 2, 3 y 4.

Punto 2

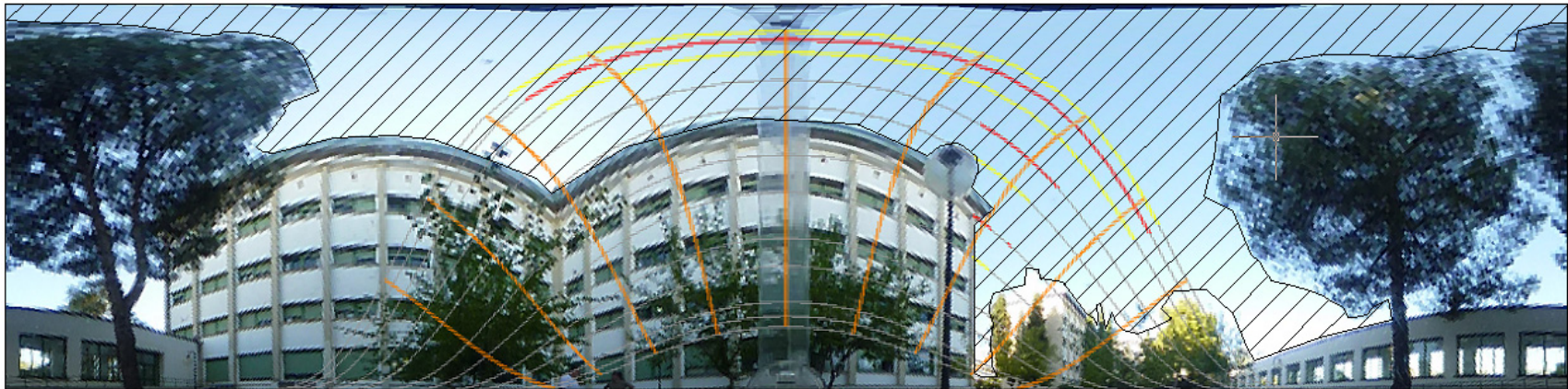


Figura 50. Representación cilíndrica CIE Overcast en el punto 2

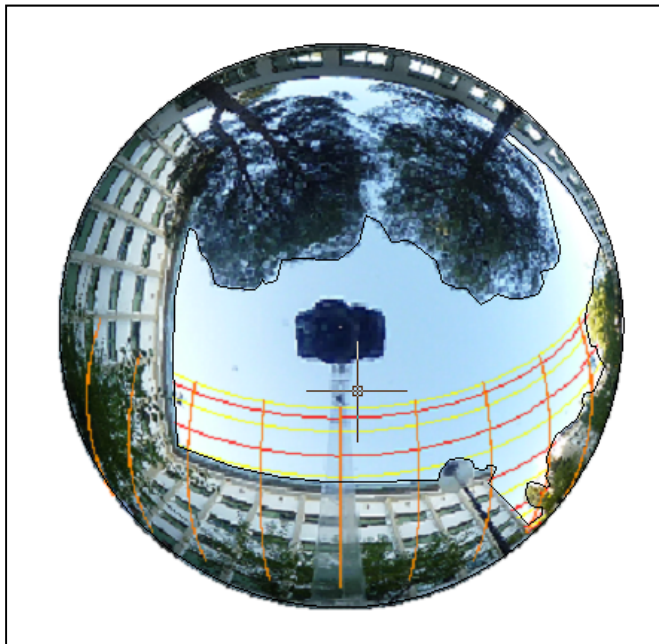


Figura 51. Representación circular CIE Overcast en el punto 2.

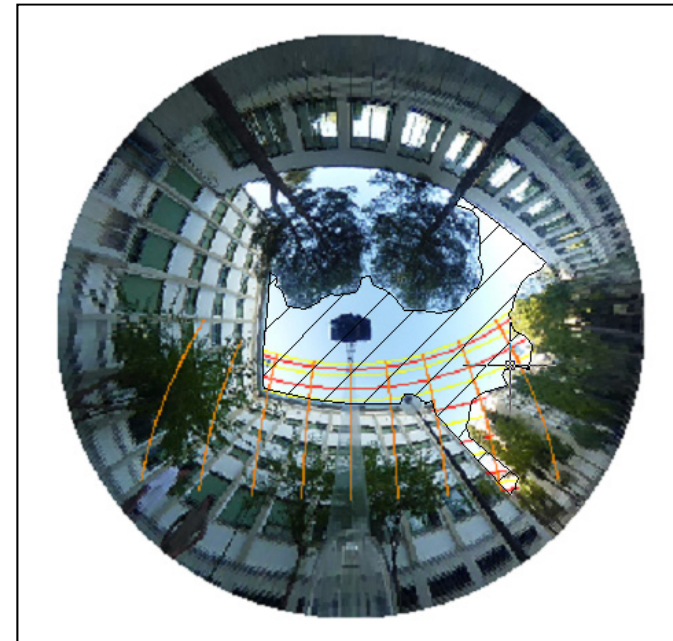


Figura 52. Proyección estereográfica en el punto 2.

Punto 3

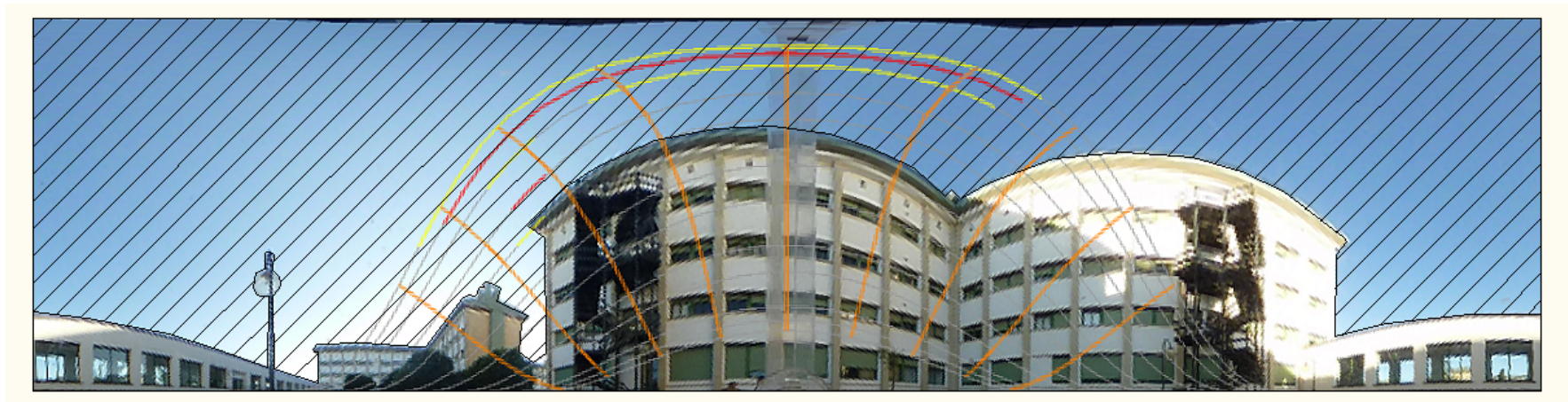


Figura 53. Representación cilíndrica CIE Overcast en el punto 3.

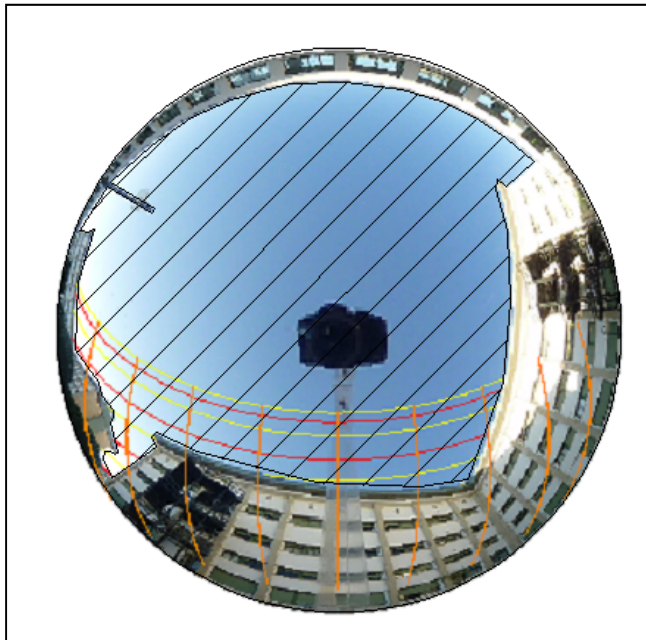


Figura 54. Representación circular CIE Overcast en el punto 3

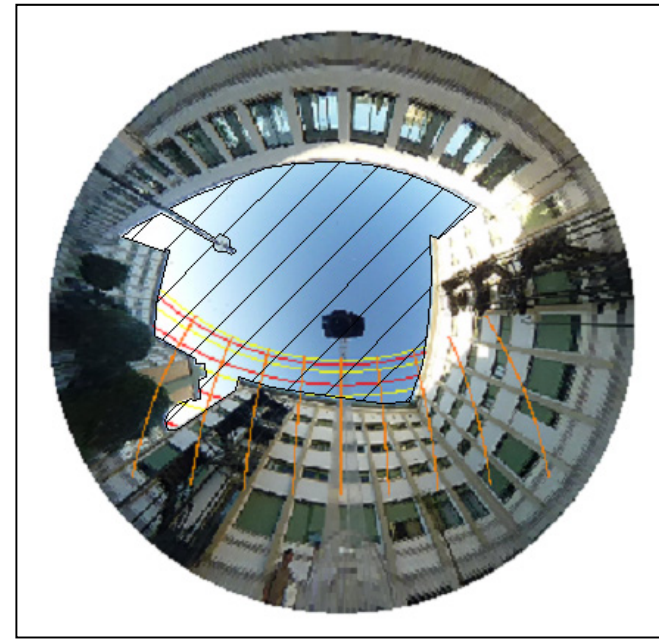


Figura 55. Proyección estereográfica en el punto 3.

Punto 4

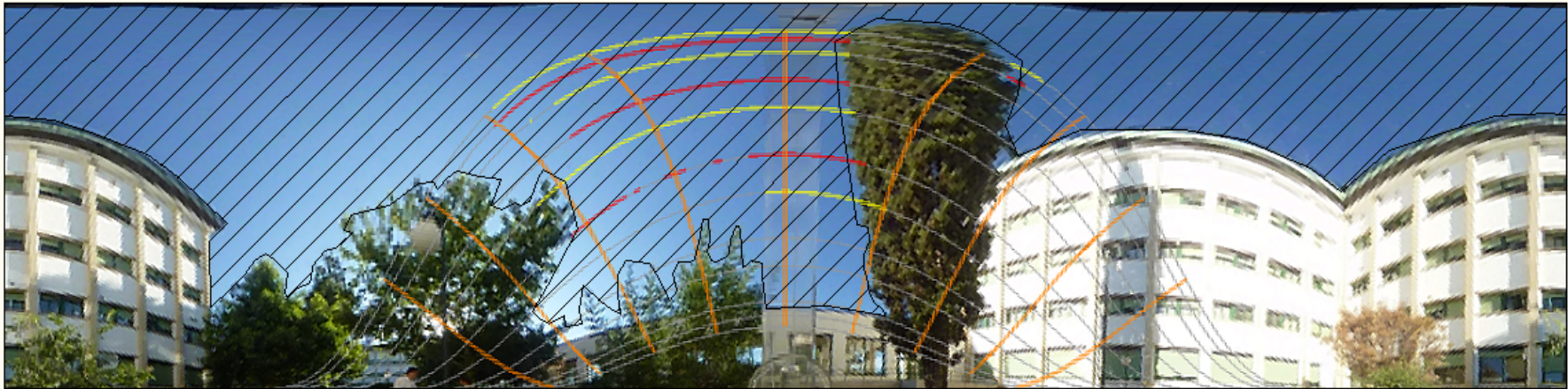


Figura 56. Representación cilíndrica CIE Overcast en el punto 4.

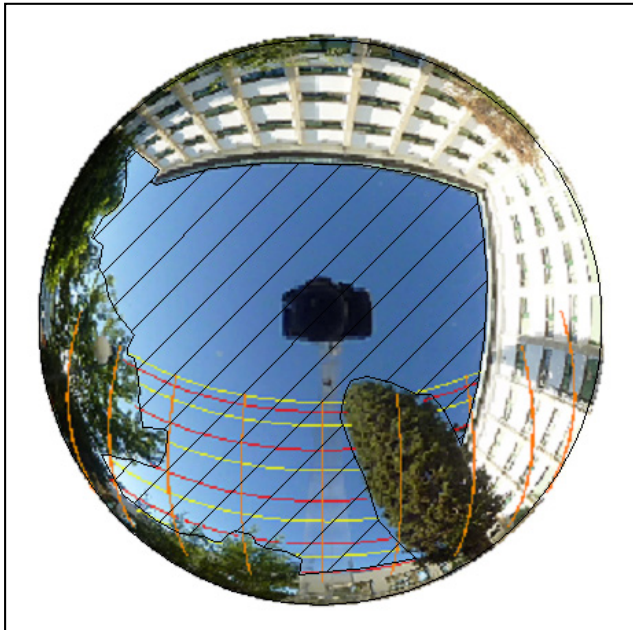


Figura 57. Representación circular CIE Overcast en el punto 4.

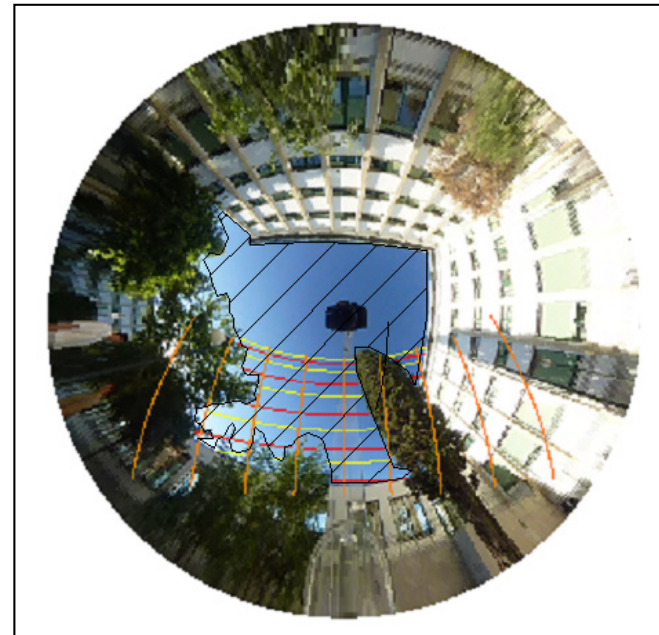


Figura 58. Proyección estereográfica en el punto 4.

Las imágenes 5 y 6 se caracterizan por la presencia de una cubierta vegetal muy densa que imposibilita la definición del horizonte verdadero de forma manual mediante un programa de diseño gráfico. En estos casos se propone una metodología alternativa, consistente en el análisis de los píxeles que componen la imagen. Una vez obtenida la proyección deseada se contabilizan los píxeles que se encuentran en el intervalo de color correspondiente al cielo no obstruido.

En las figuras 59, 60 y 61 se muestran las proyecciones objeto de este trabajo y la proyección estereográfica como patrón de comparación. Una vez obtenida la proyección CIE Overcast se trata la imagen con un software específico, en este caso se ha usado ARC GIS 9.3, de modo que se define la zona exenta de obstáculos y sobre ella se lleva a cabo un análisis de los píxeles. Las áreas libres de obstáculos presentan un RGB muy bajo en este caso, cercano al (0,0,0), mientras que la vegetación queda en otro orden de magnitud. En las figuras 65 y 66 se presentan las fotos categorizadas en función de su valor RGB. El software empleado totaliza los píxeles pertenecientes a cada categoría, como quiera que existe una relación lineal entre los píxeles que contiene un sector y la superficie del mismo, podemos obtener la relación entre la superficie exenta y la total (SF) como un cociente entre el número de píxeles.

Los resultados se muestran en la tabla 4.

	Nº Píxeles total	Nº Píxeles exentos	SF
	Punto 5		
Circular	207.241	18.942	0,0892
	Punto 6		
Circular	68.286	4.048	0,5928

Tabla 4. Sky Factor en los puntos 5 y 6.

Punto 5

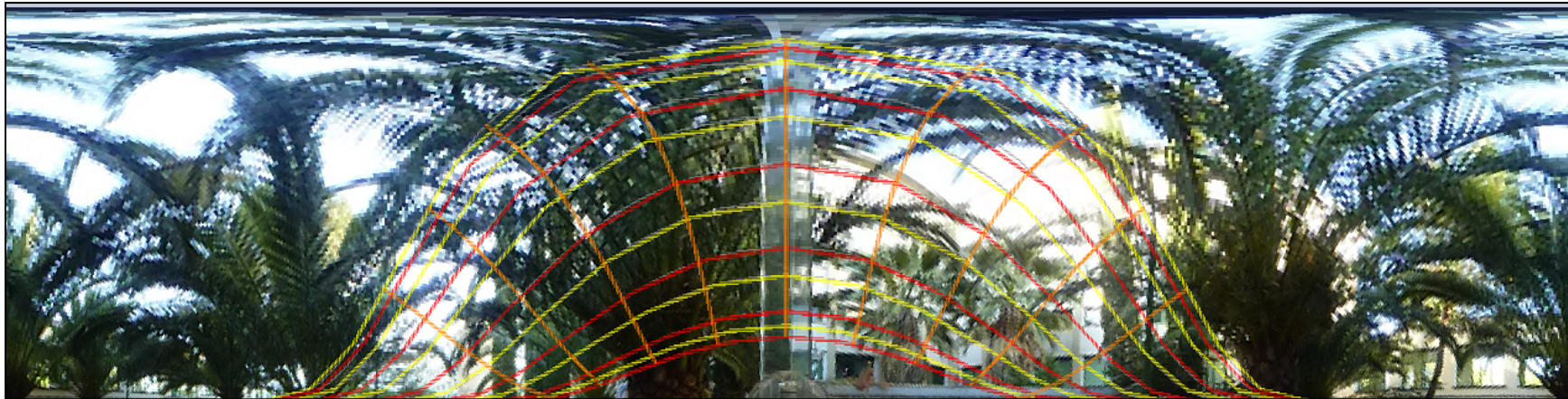


Figura 59. Representación cilíndrica CIE Overcast en el punto 5.

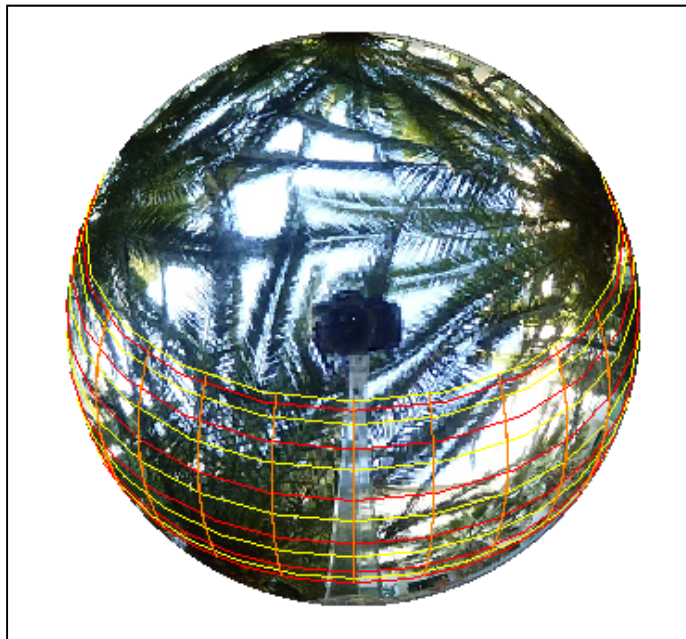


Figura 60. Representación circular CIE Overcast en el punto 5



Figura 61. Proyección estereográfica en el punto 5

Punto 6

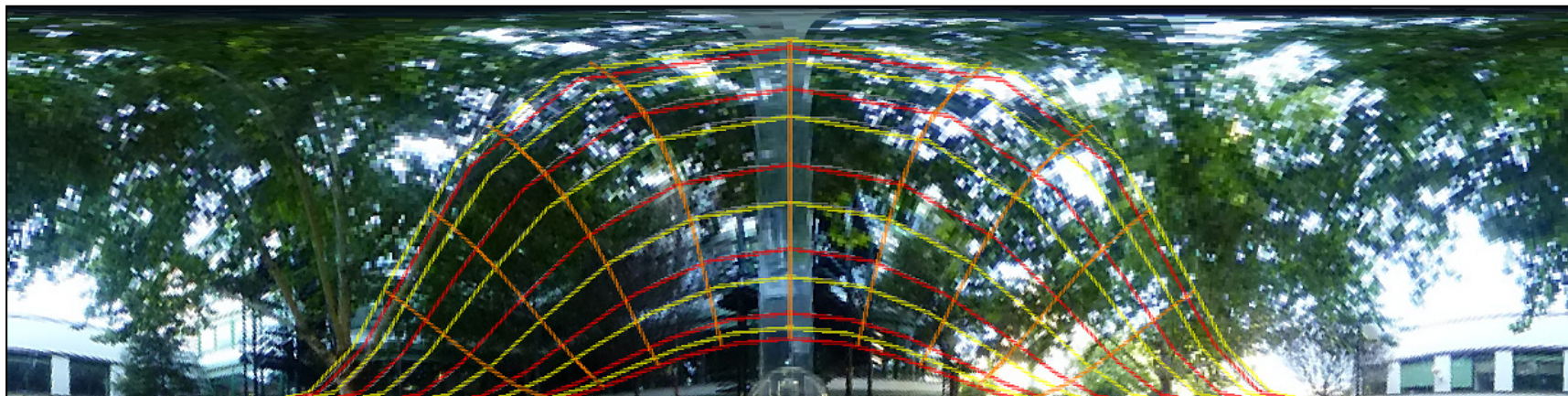


Figura 62. Representación cilíndrica CIE Overcast en el punto 6.

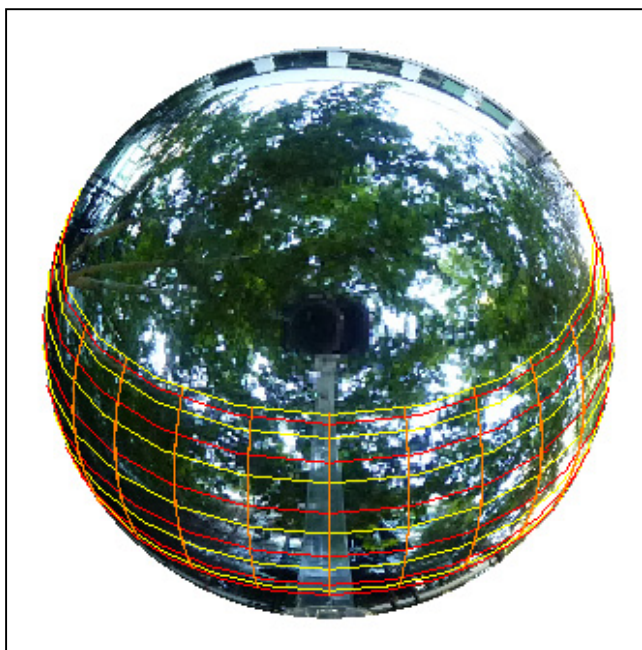


Figura 63. Representación circular CIE Overcast en el punto 6.

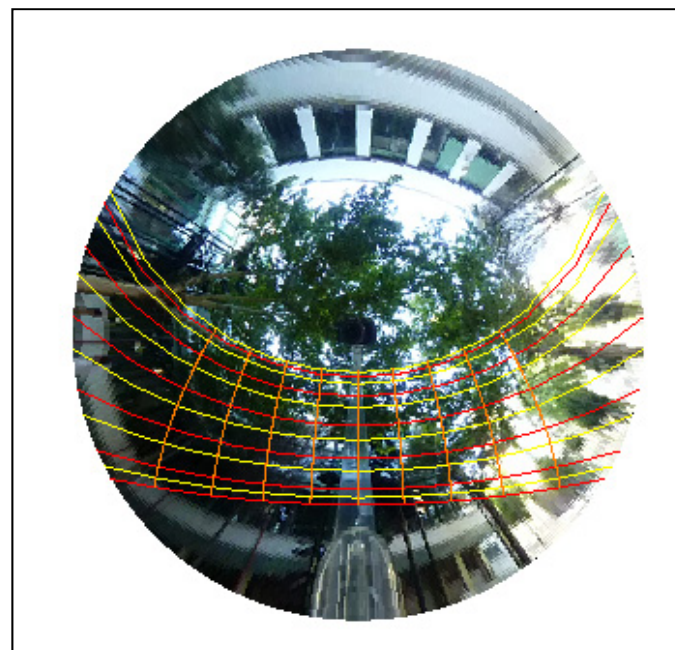


Figura 64. Proyección estereográfica en el punto 6

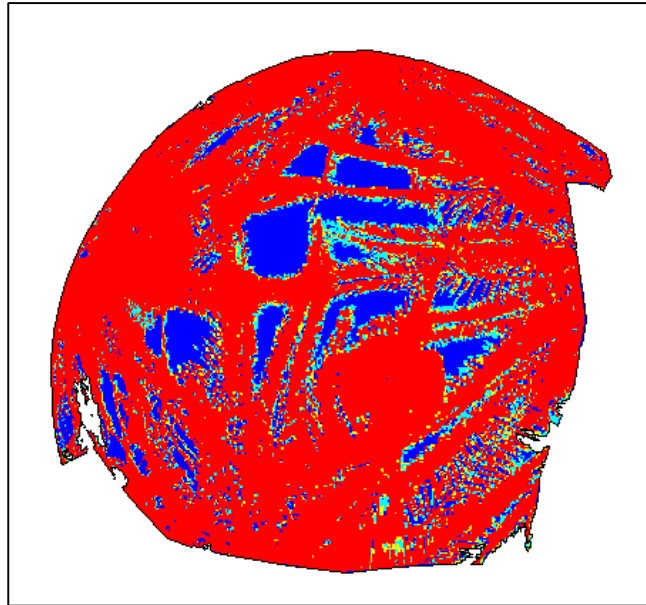


Figura 65. Tratamiento de la fotografía en el punto 5.

La Figura 65 muestra el resultado del tratamiento cromático de la proyección CIE Overcast en la zona libre de obstáculos permanentes. En color rojo aparece la vegetación y en azul el área exenta. De la misma forma la Figura 66 corresponde al punto 6.

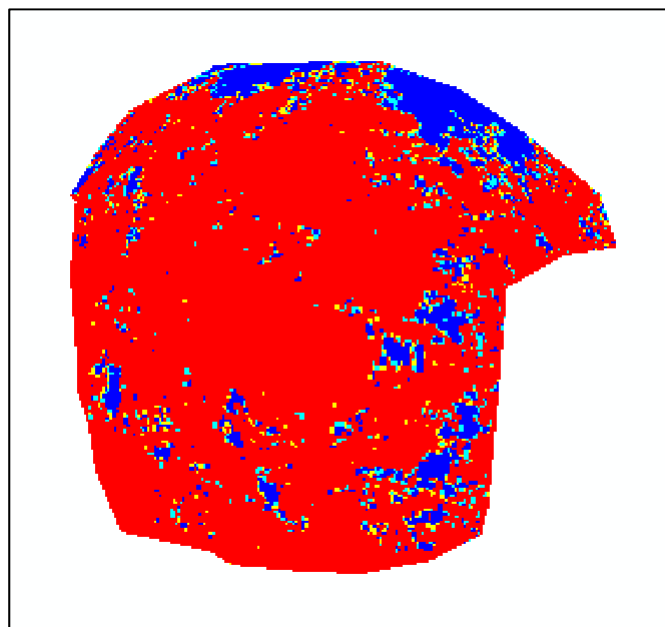


Figura 66. Tratamiento de la fotografía en el punto 6.

CIE Overcast sobre una superficie vertical

La determinación de la iluminancia en espacios interiores de los edificios requiere de la cuantificación de la luminancia en los huecos verticales. En las condiciones de cielo elegidas para este trabajo, CIE Overcast, la aplicación de la metodología descrita en los puntos 4.1.3.3 y 4.1.3.4 permite determinar de forma rápida la luminancia. Se ha elegido una planta baja de oficinas en un edificio de la ciudad de Córdoba ubicado según se muestra en la Figura 67.



Figura 67. Vista cenital del edificio analizado.

Una de las fachadas analizadas se muestra en la Figura 68 (punto 1), sobre la fachada mostrada en la Figura 69 se ha tomado dos puntos (2 y 3) y sobre la fachada de la Figura 70 se ha tomado el punto 4.



Figura 68. Vista frontal de la localización 1.

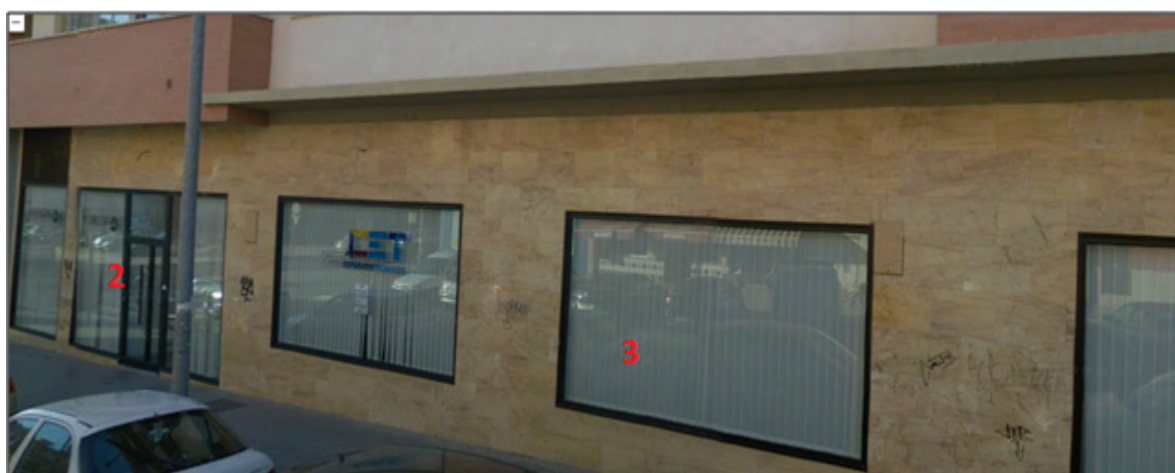


Figura 69. Vista frontal de la localizaciones 2 y 3.



Figura 70. Vista frontal de la localización 4.

Los datos de partida de las imágenes obtenidas mediante el dispositivo LRTVD son:

- Latitud: 37 ° 52' N
- Longitud: 4° 47' W
- Azimut: Varios

Al igual que en la proyección anterior se ha utilizado la aplicación LRTVS. Una vez obtenida la proyección la relación entre la superficie exenta de sombras y la superficie bloqueada coincide con la relación entre la iluminancia en ausencia de sombras y la iluminancia verdadera del lugar. Esta relación de superficies se ha calculado mediante el programa de diseño gráfico AUTOCAD. Debido a la influencia de la reflexión sobre la luminancia se han definido una serie de reflectancias, en el caso de la representación circular se ha tomado 0,2 y en el caso de la representación cilíndrica la luminancia relativa se obtiene ponderando la contribución del semihemisferio inferior, de partida con coeficiente 1. La expresión empleada es:

$$\text{Área total} = \text{Área SH}_{\text{sup}} + r \times \text{Área SH}_{\text{inf}} \quad [5.2]$$

$\text{Área SH}_{\text{sup}}$ = Área del semihemisferio superior

$\text{Área SH}_{\text{inf}}$ = Área del semihemisferio inferior

r = reflectancia

A efectos de valorar la coincidencia de los resultados correspondientes a ambas representaciones se sustituye r por 0,2.

La luminancia relativa viene dada por:

$$L_{\text{rel}} = \text{Área}_{\text{exenta}} / \text{Área}_{\text{total}} \quad [5.3]$$

Aplicando la metodología descrita a los puntos elegidos se obtienen los resultados expuestos en la tabla 5.

	Área total (UA)	Área exenta (UA)	L _{rel}
	Punto 1		
Cilíndrica	1	0,5444	0,5444
Circular	1	0,5402	0,5402
	Punto 2		
Cilíndrica	1	0,673	0,673
Circular	1	0,644	0,644
	Punto 3		
Cilíndrica	1	0,6856	
Circular	1	0,6706	
	Punto 4		
Cilíndrica	1	0,6628	
Circular	1	0,6847	

Tabla 5. Luminancia relativas en los puntos 1, 2, 3 y 4.

Se observa en las representaciones cilíndricas que los azimuts correspondientes al hemisferio no orientado al exterior aparecen en blanco.

Punto 1 Vertical



Figura 71. Representación cilíndrica CIE Overcast en el punto 1V.



Figura 72. Representación circular CIE Overcast en el punto 1V



Figura 73. Imagen cruda LRTVD.

Punto 2 Vertical

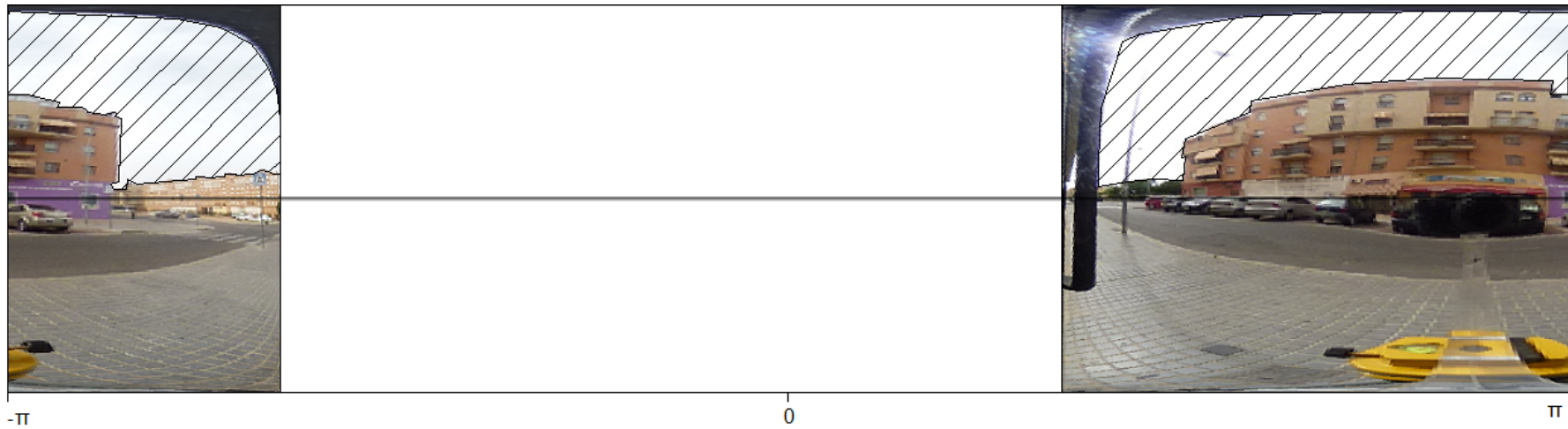


Figura 74. Representación cilíndrica CIE Overcast en el punto 2V.



Figura 75. Representación circular CIE Overcast en el punto 2V.



Figura 76. Imagen LRTVD.

Punto 3 Vertical

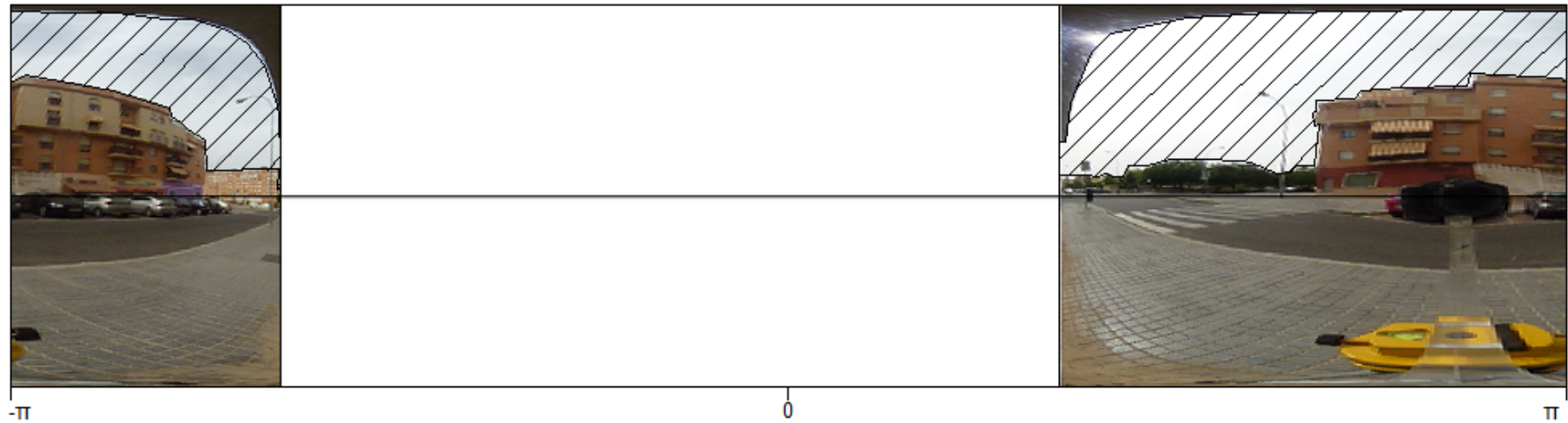


Figura 77. Representación cilíndrica CIE Overcast en el punto 3V.



Figura 78. Representación circular CIE Overcast en el punto 3V.



Figura 79. Imagen LRTVD

Punto 4 Vertical

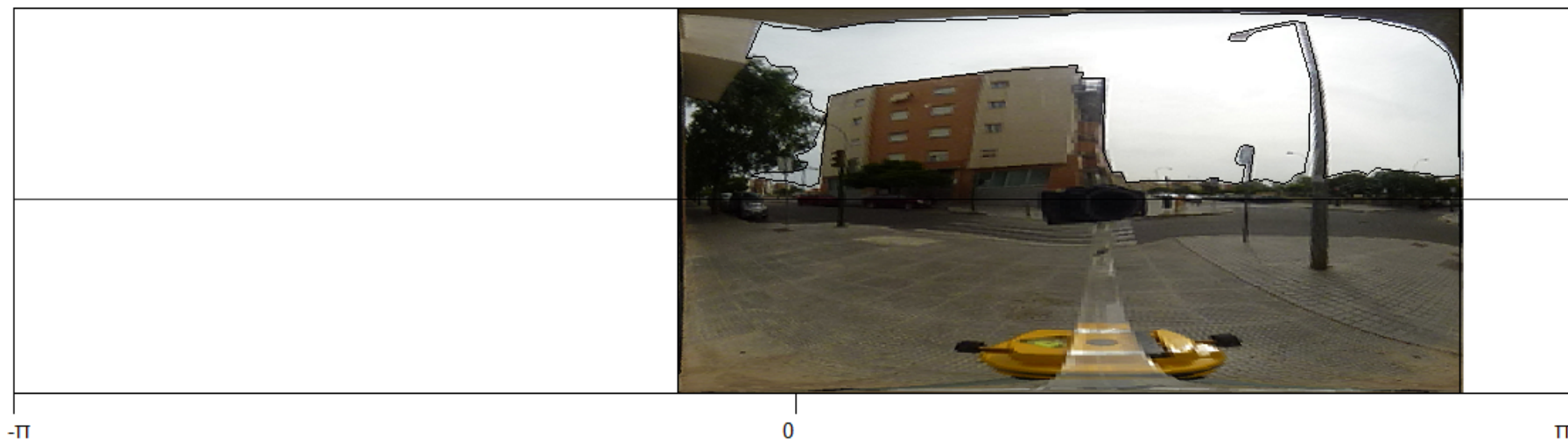


Figura 80. Representación cilíndrica CIE Overcast en el punto 4V.

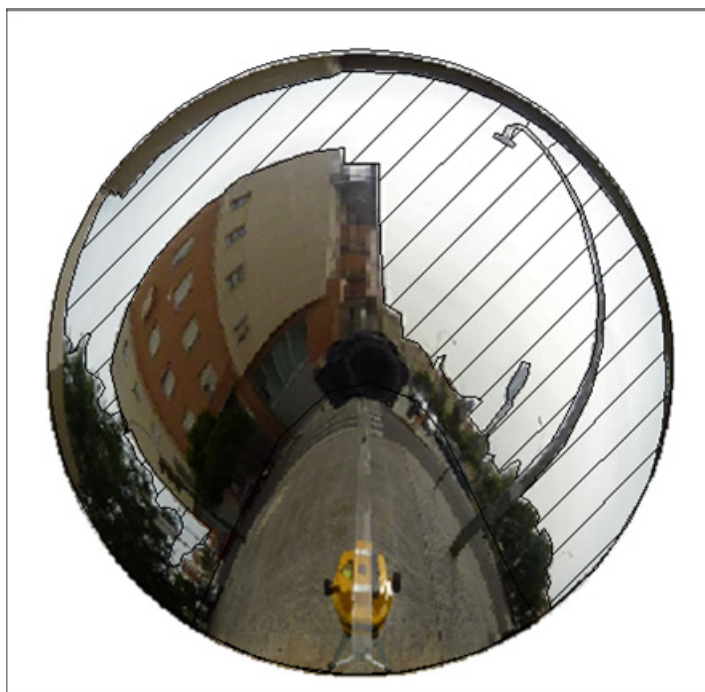


Figura 81. Representación circular CIE Overcast en el punto 4V.



Figura 82. Imagen LRTVD.

CONCLUSIONES

6. Conclusiones.

- Las bases matemáticas del desarrollo de una proyección adecuada para el estudio de cualquier propiedad que cumpla:

$$C = \iint \rho(\varphi, \theta) d\varphi d\theta$$

Se consigue mediante las ecuaciones:

- Representación circular:

$$r(\varphi) = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^\varphi \left[\int_0^{2\pi} \rho(\mu, \eta) d\eta \right] d\mu} \quad [4.27]$$

$$\xi(\theta) = 2\pi \frac{\int_0^\theta \rho(\mu, \eta) d\eta}{\int_0^{2\pi} \rho(\mu, \eta) d\eta} \quad [4.28]$$

- Representación cilíndrica:

$$x(\theta) = 2 \left(\frac{\int_0^\theta \rho(\varphi, \eta) d\eta}{\int_0^{2\pi} \rho(\varphi, \eta) d\eta} - \frac{1}{2} \right) \sqrt{\int_0^{\pi/2} \left[\int_0^{2\pi} \rho(\mu, \eta) d\eta \right] d\mu} \quad [4.47]$$

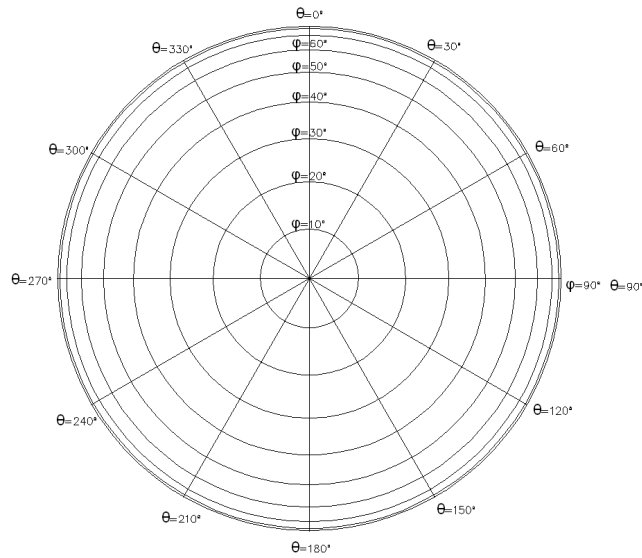
$$y(\varphi) = \frac{1}{2} \frac{\int_0^{\pi/2} \left[\int_0^{2\pi} \rho(\mu, \eta) d\eta \right] d\mu}{\sqrt{\int_0^{\pi/2} \left[\int_0^{2\pi} \rho(\mu, \eta) d\eta \right] d\mu}} \quad [4.48]$$

- Para el estudio de la iluminancia según CIE Overcast tipo 1 sobre un paramento horizontal en representación circular se han obtenido las ecuaciones:

$$r(\varphi) = \frac{\sqrt{\frac{L_z}{2}}}{3} \sqrt{6(1 - \cos\varphi) + 3(1 - \cos 2\varphi) + 2(1 - \cos 3\varphi)} \quad [4.42]$$

$$\xi(\theta) = \theta \quad [4.43]$$

La proyección resultante es:

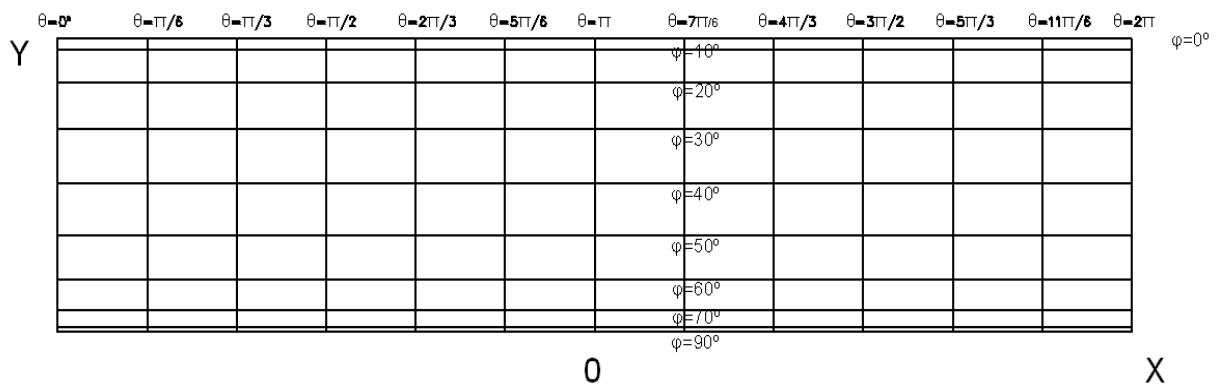


- Para el estudio de la iluminancia según CIE Overcast tipo 1 sobre un paramento horizontal en representación cilíndrica se han obtenido las ecuaciones:

$$x(\theta) = \sqrt{\frac{7}{9}\pi L_z} \left(\frac{\theta}{\pi} - 1 \right) \quad [4.49]$$

$$y(\varphi) = \frac{1}{12} \sqrt{\frac{\pi L_z}{7}} (3 + 6\cos\varphi + 3\cos 2\varphi + 2\cos 3\varphi) \quad [4.50]$$

La proyección resultante es:



- Para el estudio de la iluminancia según CIE Overcast tipo 1 sobre un paramento vertical en representación circular se han obtenido las ecuaciones:

$$r(\varphi) = \sqrt{\frac{L_z}{3} \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{7\rho}{6} \right) (1 - \cos^2\varphi) + \frac{4}{3\pi} (1 - \cos^3\varphi) \right]} \quad [4.61]$$

$$a) \ 0 < \theta < \frac{\pi}{2}$$

$$\xi(\theta) = 2\pi \frac{\theta + 2\text{sen}\varphi \text{sen}\theta}{\pi + 4\text{sen}\varphi + \frac{7}{3}\rho\pi} \quad [4.62]$$

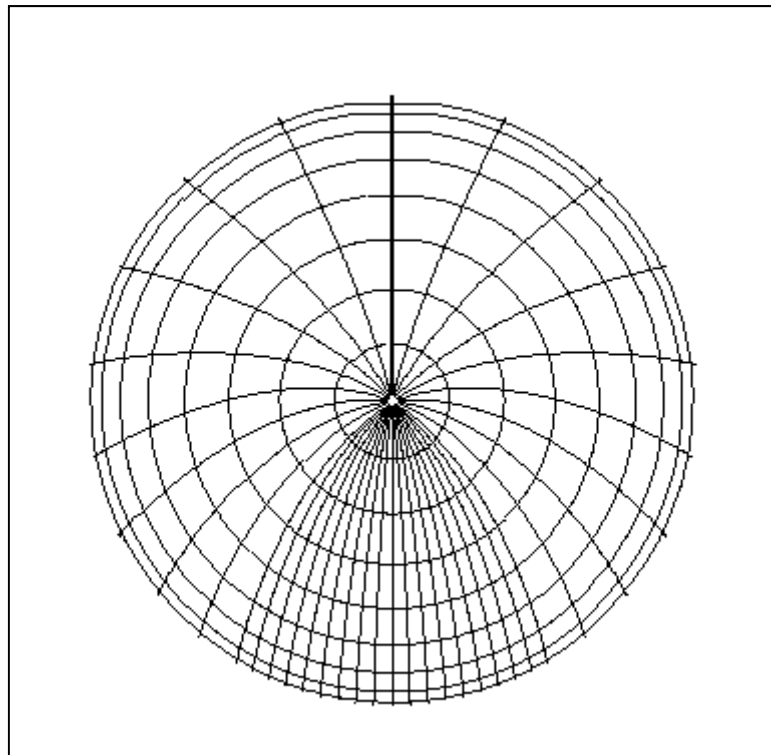
$$b) \ \frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3\pi}{2}$$

$$\xi(\theta) = 2\pi \frac{\frac{\pi}{2} + 2\text{sen}\varphi + \frac{7}{3}\rho(\theta - \frac{\pi}{2})}{\pi + 4\text{sen}\varphi + \frac{7}{3}\rho\pi} \quad [4.63]$$

$$c) \ \frac{3\pi}{2} < \theta < 0$$

$$\xi(\theta) = 2\pi \frac{(\theta - \pi + 4\text{sen}\varphi + 2\text{sen}\varphi \text{sen}\theta + \frac{7}{3}\rho\pi)}{\pi + 4\text{sen}\varphi + \frac{7}{3}\rho\pi} \quad [4.64]$$

La proyección resultante es:



- Para el estudio de la iluminancia según CIE Overcast tipo 1 sobre un paramento vertical en representación cilíndrica se han obtenido las ecuaciones correspondientes a dos proyecciones, una cuantifica la iluminancia debida al espacio situado sobre el horizonte y la otra se corresponde con la reflejada.

a) Sobre horizonte:

$$x(\theta) = 2\pi \sqrt{\frac{2}{3} L_z \left(\frac{\pi}{4} + \frac{5}{12} \right)} (1 + \text{sen}\theta) \quad [4.75]$$

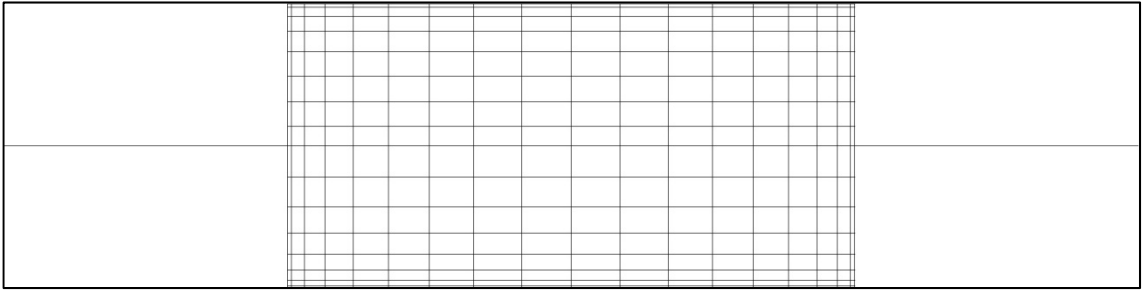
$$y(\varphi) = \frac{1}{2\pi} \frac{\sqrt{\frac{2}{3} L_z}}{\sqrt{\frac{\pi}{4} + \frac{5}{12}}} \left(-\frac{2}{3} - \frac{\varphi}{2} + \frac{\pi}{4} + \frac{1}{4} \text{sen}2\varphi + \frac{2}{3} \text{sen}^3\varphi \right) \quad [4.76]$$

b) Bajo horizonte:

$$x(\theta) = 2\pi \sqrt{\frac{7}{18} L_z \rho \pi} \left(\frac{1+\text{sen}\theta}{2} \right) \quad [4.79]$$

$$y(\varphi) = \frac{1}{2\pi} \frac{\sqrt{\frac{7}{9} r L_z}}{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} \left(\pi - \varphi + \frac{1}{2} \text{sen}2\varphi \right) \quad [4.80]$$

La proyección resultante es:



- Se ha implementado un método de campo de fácil ejecución que proporciona las variables solares. Está basado en un dispositivo compuesto por un trípode nivelable, un soporte para una cámara fotográfica y un espejo hemisférico que permite la obtención de una imagen de la bóveda celeste, y un software para el tratamiento de las imágenes así obtenidas y su transformación en la proyección requerida.

BIBLIOGRAFÍA

Bibliografía.

Andersen M. y col. Experimental assessment of bi-directional transmission distribution functions using digital imaging techniques. *Energy and Buildings*, Volume 33, 2001, pages 417-431.

Bellia L. y col. De-Light: a software tool for the evaluation of direct daylighting illuminances both indoors and outdoors—comparison with Superlite 2.0 and Lumen Micro 7.1. *Building and Environment*, 35, 2000, pages 281-295.

Bellia L. y col. Setting up a CCD photometer for lighting research and design. *Building and Environment*, 37, 2002, pages 1099-1106.

Budin R., Budin L. A mathematical model for shading calculation. *Solar Energy*, 29, 1982, pages 339-349.

Cascone Y., Corrado V., Serra V. Calculation procedure of the shading factor under complex boundary conditions. *Solar Energy*, Volume 85, 2011, pages 2524-2539.

Cellura M. y col. A photographic method to estimate the shading effect of obstructions. *Solar Energy*, 86, 2012, pages 886-902.

Chang T. The Sun's apparent position and the optimal tilt angle of a solar collector in the northern hemisphere. *Solar Energy*, 83, 2009, pages 1274-1284.

Cherqui F. y col. A step toward the global assessment of district projects: solar indicators and way to quantify them. Ninth International IBPSA. 2005.

Compagnon R. Solar and daylight availability in the urban fabric. *Energy and Buildings*, 36, 2004, pages 321-328.

Drif M., Pérez P. J., Aguilera J., Aguilar J. D. A new estimation method of irradiance on a partially shaded PV generator in grid connected photovoltaic system. *Renewable Energy*, Volume 33, 2008, pages 2048-2056.

Elasfour A. S., R. Maraca and R. Tabbalat. Shading control by neighbouring buildings in Amman, Jordan. *International Journal of Refrigeration*, Volume 14, Issue 2, March 1991, Pages 112-116.

Etzion Y. A general expression for solar rights determination. *Energy and Buildings*, Volume 12, 1988, pages 149-154.

Etzion Y. An improved solar shading design tool. *Building and Environment*, Volume 27, 1992, pages 297-303.

Fadzil S. F. S., Sia S-J. Sunlight control and daylight distribution analysis: the KOMTAR case study. *Building and Environment*, 39, 2004, pages 713-717.

Ferraro V. y col. INLUX-DBR – A calculation code to calculate indoor natural illuminance inside buildings under various sky conditions. *Energy*, 35, 2010, pages 3722-3730.

Gómez-Muñoz V.M., Porta-Gándara M. A., Fernández J.L. Effect of tree shade in urban planning in hot-arid climatic regions. *Landscape and Urban planning*, 94, 2010, pages 149-157.

Heidt F. D. y col. The GIT-building as an example for integrated planning and optimized solar design. *Architecture, City, Environment*, 2000, pages 51-56.

Herbert T. Area projections of fisheye photographic lenses. *Agricultural and Forest Meteorology*, Volume 39, 1987, pages 215-223.

Hiller M. D. E., Beckman W. A., Mitchell J. W. TRNSHD a program for shading and insolation calculation. *Building and Environment*, Volume 35, 2000, pages 633-644.

Hu L., J. Zhou. Determination of the tridimensional shape of canopy gaps using two hemispherical photographs. *Agriculture and Forest Meteorology*, Volume 149, 2009, Pages 862-872.

Hussain H. Alzoubi, Abdulsalam H. Alshboul. Low energy architecture and solar rights: Restructuring urban regulations, view from Jordan. *Renewable Energy*, Volume 35, 2010, Pages 333-342.

Hviid A. H. y col. Simple tool to evaluate the impact of daylight on building energy consumption. *Solar Energy*, 82, 2008, pages 787-798.

Igawa N. y col. Models of sky radiance distribution and sky luminance distribution. *Solar Energy*, 77, 2004, pages 137-157.

- James R., Jenness JR. The globoscope. *Solar Energy*, Volume 19, 1977, pages 361-363.
- Kabre C. WINSHADE: A computer design tool for solar control. *Building and Environment*, Volume 34, 1999, pages 263-274.
- Knowles Ralph L. The solar envelope: its meaning for energy and buildings. *Energy and Buildings*, 35, 2003, pages 15-25.
- Kobaj M. B., Bizjak G. Development of a substitutive light source for indoor daylight calculations. *Building and Environment*, Volume 40, 2005, pages 1611-1618.
- Kovach A., Schmid J. Determination of energy output losses due to shading of building-integrated photovoltaic arrays using a raytracing technique. *Solar Energy*, 57, 1996, pages 117-124.
- Li D. H. W. A review of daylight illuminance determinations and energy implications. *Applied Energy*, Volume 87, 2010, pages 2109-2118.
- Li D. H. W. Daylight and energy implications for CIE standard skies. *Applied Energy Conversion & Management*, 48, 2007, pages 745-755.
- Li D. H. W. y col. Determination of vertical daylight illuminance under non-overcast sky conditions. *Building and Environment*, Volume 45, 2010, pages 498-508.
- Li D. H. W., Cheung G., Lau C. A simplified procedure for determining indoor daylight illuminance using daylight coefficient concept. *Building and Environment*, Volume 41, 2006, pages 578-589.
- Li D. H. W., Tsang E. K. W. An analysis of measured and simulated daylight illuminance and lighting savings in a daylit corridor. *Building and Environment*, Volume 40, 2005, pages 973-982.
- Littlefair P. Daylight, sunlight and solar gain in the urban environment. *Solar Energy*, Volume 70, 2001, pages 177-185.
- Mardaljevic J., Rylatt M. Irradiation mapping of complex urban environments: an image-based approach. *Energy and Buildings*, 35, 2003, pages 17-25.

Morello E, Ratti C. Sunscapes: "Solar envelopes" and the analysis of urban DEMs. Computers, Environment and Urban Systems, Volume 33, 2009, pages 26-34.

Offiong A., Ukpoho A. U. An analysis of solar gain through externally shaded window of buildings. Renewable Energy, 29, 2004, pages 121-150.

Ok V. A procedure for calculating cooling load due to solar radiation: the shading effects from adjacent or nearby buildings. Energy and Buildings, 19, 1992, pages 11-20.

Papadakis G., Tsamis P., Kyritsis S. An experimental investigation of the effect of shading with plants for solar control in buildings. Energy and Buildings, Volume 33, 2001, pages 831-836.

Pereira y col. A methodology for sunlight urban planning: A computer based solar and sky vault obstruction analysis. Solar Energy, Volume 70, nº 3, 2001, pages 217-226.

Pérez-Burgos A y col. Daylight illuminance on horizontal and vertical surfaces for clear skies. Case study of shaded surfaces. Solar Energy, 84, 2010, pages 137-143.

Quaschnig V., Hanitsch R. Irradiation calculation on shaded surfaces. Solar Energy, 92, 1998, pages 369-375.

Ramírez Faz J. Desarrollo de un prototipo para la cuantificación de la disponibilidad de radiación solar en ubicaciones sombreadas. Trabajo profesional fin de carrera. ETSI Industriales UNED, 2005.

Robinson D., Stone A. Solar radiation modelling in the urban concept. Solar Energy, 77, 2004, pages 295-309.

Rosenfeld B. A., Sergeeva N. D. Proyección estereográfica. Editorial MIR, 1977.

Rossini E., Krenzinger A. Maps of relative radiance and luminance distribution acquired with a monochromatic CCD camera. Solar Energy, 81, 2007, pages 1323-1332.

S. C. Arquitectura e Ingeniería S.L. Anteproyecto de viviendas en el sector UZP 2.01 "El Cañaveral". 2008.

Sánchez de la Flor F. J. y col. Solar radiation calculation methodology for building exterior surfaces. Solar Energy, 79, 2005, pages 513-522.

Seong Yon-Bok, Jae-Ham Lim, Myoung-Youk Yeo, Il-Du Goh, Kwang-Woo Kim. HELIOS: Solar rights analysis system for apartment buildings. *Solar Energy*, Volume 80, 2006, pages 723-741.

Shao J. Calculation of sunshine duration and saving on land use in urban building design. *Energy and Building*, 15-16, 1990/1991, pages 407-415.

Shavid E., Yezioro A. Analyzing mutual shading among buildings. *Solar energy*, Volume 59, 1997, pages 83-88.


Sillion F. X., Puelch C. Radiosity and global illumination. Morgan Kauffman Publishers, 1994.

Siraki A. G., Pillay P. Study of optimum tilt angles for solar panels in different latitudes for urban applications. *Solar Energy*, 86, 2012, pages 1920-1928.

Skiba y col. Skiameter shading analysis. 16th European Photovoltaic Solar Energy Conference. James & James. 2000.

Teller S., Azar S. Townscope II-A computer system to support solar access decision-making. *Solar Energy*, Volume 70, 2001, pages 87-200.

Wienold J., Christoffersen J. Evaluation methods and development of a new glare prediction model for daylight environments with the use of CCD cameras. *Energy and Building*, 38, 2006, pages 743-757.



Las técnicas para la representación de las trayectorias solares observadas desde un punto, entre las que destacan las cartas solares, se han basado en el uso de las proyecciones cartográficas terrestres, en la mayoría de los casos, inadecuadas.

En esta tesis se ha desarrollado una metodología que permite reproducir la bóveda celeste de forma precisa y rápida, mediante la utilización de un dispositivo especialmente diseñado. Asimismo, se ha formulado la base matemática para la obtención de proyecciones específicas para cada variable solar, de tal forma que exista equivalencia entre la realidad y la proyección propuesta.

En particular se ha aplicado la metodología al cálculo de la iluminancia relativa en cielos CIE Overcast tipo 1 sobre paramentos horizontales y verticales en representación circular y cilíndrica.

Como resultado de esta tesis se propone un método integral de análisis de las variables solares en una localización, abarcando desde el dispositivo de toma de imágenes en campo hasta el software de análisis gráfico y numérico. La herramienta matemática desarrollada es de aplicación general y permite la generación de nuevas proyecciones específicas.